

## 断熱的に持ち上げる際の保存量 (湿潤大気)

- Parcel を断熱的に持ち上げる際の保存量
  - 凝結によって発生する潜熱による加熱を考慮
  - 保存量: 飽和相当温位(飽和湿気)

$$\theta_e^* = T \left( \frac{p_0}{p - e} \right)^{\frac{R_d}{C_{pd}}} \exp \left( \frac{L_v q_{vs}}{C_{pd} T} \right) \equiv \theta_d \exp \left( \frac{L_v q_{vs}}{C_{pd} T} \right)$$

- 相当温位(飽和していない場合も含めて)

$$\theta_e = \theta_d \exp \left[ \frac{L_v (T_{LCL} - T)}{C_{pd} T_{LCL}} \right]$$

乾燥大気では指数関数の引数は定数、湿潤大気では飽和相当温位と一致

LCL: 持ち上げ凝結高度(Lifting Condensation Level)

LCLがついた物理量は乾燥断熱過程ではLCLの量を、湿潤断熱過程ではその場(LCLになっている)の量を示す。

## 成層の安定性

- 安定・不安定とは
  - 安定: 摂動に対して元に戻ろうとする
  - 不安定: 摂動を加えると、それが拡大
- 浮力: 温度(水蒸気まで入れると仮温度)の差
  - 断熱的に持ち上げたparcelと周囲の大気の温度差

$$\frac{\partial w}{\partial t} \approx \frac{T_{v,p} - T_{v,e}}{T_{v,e}} \approx \frac{\theta_{v,p} - \theta_{v,e}}{\theta_{v,e}}$$

- 大気を微小距離持ち上げる
  - 初期は  $\theta_{v,p} = \theta_{v,e}$
  - Parcel の仮温度は凝結が生じなければ保存、

$$\theta_{v,e}(z + \Delta z) = \theta_{v,p} + \frac{\partial \theta_{v,e}}{\partial z} \Delta z$$

## 成層の安定性(凝結がない場合)

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{1}{\theta_{v,e}} \frac{\partial \theta_{v,e}}{\partial z} \Delta z$$

$\frac{\partial \theta_{v,e}}{\partial z} > 0 \Leftrightarrow \frac{\partial w}{\partial t} < 0$  : 微少な持ち上げに対して下向きに加速=安定

$\frac{\partial \theta_{v,e}}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial w}{\partial t} = 0$  : 微少な持ち上げに対して加速なし=中立

$\frac{\partial \theta_{v,e}}{\partial z} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial w}{\partial t} > 0$  : 微少な持ち上げに対して上向きに加速=不安定

Note

$$\frac{d\theta_v}{\theta_v} = \frac{1}{T_v} \left[ dT_v + \frac{g}{C_{pd}} \right] \quad \Gamma = \frac{\partial T_v}{\partial z} \quad (\text{環境場の温度減率})$$

$$\Gamma_d = \frac{g}{C_{pd}} \quad (\text{乾燥断熱減率})$$

$$\therefore - \frac{1}{\theta_v} \frac{d\theta_v}{dz} = \frac{1}{T_v} [-\Gamma + \Gamma_d]$$

断熱減率と環境場の減率の差が安定性を決めている

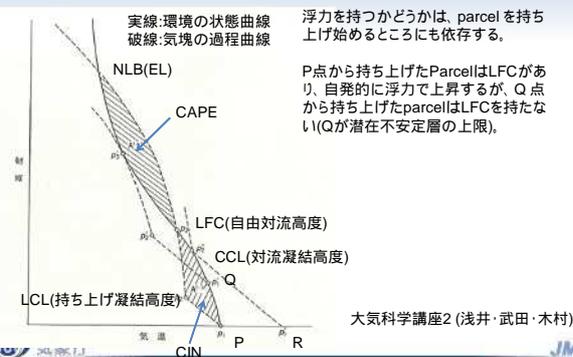
## 成層の安定性

- 湿潤断熱減率  $\Gamma_m < \Gamma_d$ 
  - 乾燥断熱減率より小さい
- 環境場の減率との関係から3つの場合がある

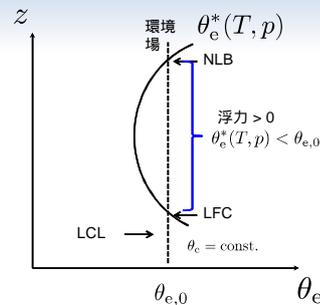
$\Gamma_m < \Gamma_d < \Gamma$  : parcel の凝結の有無に関係なく不安定 (絶対不安定)  
 $\Gamma_m < \Gamma < \Gamma_d$  : parcel が凝結を伴う場合は不安定、伴わない場合は安定 (条件付き不安定)  
 $\Gamma < \Gamma_m < \Gamma_d$  : parcel の凝結の有無に関係なく安定 (絶対安定)

- 対流不安定  $\frac{\partial \theta_e}{\partial z} < 0$ 
  - LCLより上で常に飽和になっていることを前提としない。
  - 中層に乾燥大気が入ると、中層の相当温位が低くなり、この条件を満たすことがある。

## 図による成層安定度の把握



## 相当温位による理解



- 相当温位は乾燥断熱・湿潤断熱ともに保存
- 等相当温位線(縦軸に並行)のどこかが飽和相当温位より高い場合、そこではparcelは正の浮力を持つ。環境場の飽和相当温位線(Tとpのみの関数)と等相当温位線の交点がLFC, NLBになる。

この図からはLCLはわからない(LCLで不連続は生じない)

## 対流発生のための環境場

- 成層を不安定にする典型的な減少
  - 上層への寒気の流入 上層の相当温位が低くなる
  - 日射による下層気温の上昇 持ち上げるparcelの相当温位が高くなる
  - 暖かく湿った空気の流入
- 成層不安定であることは、対流発生のための必要条件であり、十分条件ではない！ことに注意。
  - つまり、成層不安定でなければ対流は発生しないが、成層不安定ならば必ず対流が発生するわけではない。
  - 対流のInitiation のところで解説

## 支配方程式(熱・水蒸気)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(u\theta) - \frac{\partial}{\partial y}(v\theta) - \frac{\partial}{\partial z}(w\theta) + S_\theta$$

水平輸送 (エントレインメント・デトレインメントに関係)      鉛直輸送      ソース・シンク (凝結等)

$$\frac{\partial q_v}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x}(uq_v) - \frac{\partial}{\partial y}(vq_v) - \frac{\partial}{\partial z}(wq_v) + S_{q_v}$$

密度の鉛直変化を無視する。

## 対流を表現するための主な現象

- 鉛直流による運動量・熱・水の輸送
- 鉛直輸送に伴い放出される潜熱による加熱
- デトレインメント
  - 対流雲から環境(対流雲の外)に湿った暖かい空気を放出
- エントレインメント
  - 環境(対流雲の外)の冷たい乾燥した空気を対流雲の中に取り込む
- イニシエーション

## CAPEとその運動エネルギーへの変換

$$\frac{dw}{dt} = g \frac{\theta_{v,p} - \theta_{v,a}}{\theta_{v,a}}$$

- 両辺にwを乗じて、積分すると

$$\int_{w_s}^{w_e} w d\left(\frac{w^2}{2}\right) = \int_{z_s}^{z_e} g \frac{\theta_{v,p} - \theta_{v,a}}{\theta_{v,a}} dz$$

$$\frac{1}{2} [w_e^2 - w_s^2] = \int_{z_s}^{z_e} g \frac{\theta_{v,p} - \theta_{v,a}}{\theta_{v,a}} dz$$

≡ CAPE(z<sub>s</sub>, z<sub>e</sub>)

CAPE: 対流有効位置エネルギー (Convective Available Potential Energy)  
CAPEはどこから、どこまで断熱的にparcelを持ち上げるかに依存することに注意

対流は、Potential Energyを運動エネルギー(上昇流)に変換している。

## Parcel 法の限界

- Parcel 法
  - Parcel と周囲の気圧は同じで、parcel は上昇すると直ちに周囲の気圧と同じになると仮定
    - すなわち、周囲の気圧は乱さない。
  - 周囲の大気を取り込んだりはしない
- Parcel 法だと  $w_e = \sqrt{2CAPE}$ 
  - 典型的な対流でCAPE=2000J/kg,
  - w は 63m/s! こんなに大きな上昇流は観測されていない
  - Parcel 法の限界

## Parcel 法に欠けていること

- 気圧の摂動を無視している。
  - 上昇流には下向きの、下降流には上向き、すなわち流れを抑制する気圧傾度力が働くことが多い。
- 上昇・下降する大気は、その側面、頂、底から周囲の空気を取り込むことがある。
  - 上昇流を伴う積雲対流が、周囲の(相対的に)乾燥した冷たい空気を取り入れ、"dilute"(薄まる)ことで上昇流を抑制している。

## 支配方程式からの浮力の導出

- 鉛直方向の運動方程式  $\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g$
- 密度・気圧を静水圧平衡状態とそれからのずれに分解  $\rho = \bar{\rho} + \rho'$ ,  $p = \bar{p} + p'$
- 一次を満たす:  $-\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - g = 0$ ,

$$\begin{aligned} \frac{dw}{dt} &= -\frac{1}{\bar{\rho} + \rho'} \frac{d}{dz} (\bar{p} + p') - g \\ &\approx -\frac{1}{\bar{\rho}} \left(1 - \frac{\rho'}{\bar{\rho}}\right) \frac{d}{dz} (\bar{p} + p') - g \\ &= -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} - g - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial z} \left(\frac{\rho'}{\bar{\rho}}\right) \\ &= -\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial p'}{\partial z} - g \left(\frac{\rho'}{\bar{\rho}}\right). \end{aligned} \quad B \equiv -g \left(\frac{\rho'}{\bar{\rho}}\right)$$

静力学平衡からの密度のずれが浮力となる



JMA  
19

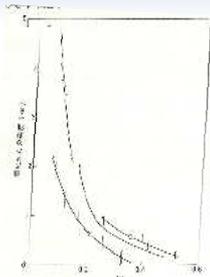
## エントレインメント・デトレインメント

- エントレインメント
  - 周囲の空気を上昇/下降流内に取り込む
    - 上昇流では、周囲の(相対的に)冷たく乾燥した空気を取り込み、上昇流を抑制
  - エントレインメントの存在の示唆
    - Parcel 法では、LCLより上では飽和していることを前提とすることが、実際にはparcel法で期待される凝結量より実際の雲水量が小さい
- デトレインメント
  - 上昇/下降流内の空気を周囲にはき出す
    - 雲の中は、周囲に比べて相対的に暖かく湿っている。



Japan Meteorological Agency  
20

## エントレインメント存在の示唆



Parcel 法では、LCLより上では飽和していると仮定していたが、積雲の観測によると、Parcel 法から期待される凝結量より、観測される雲水量は非常に少ない

図 8.4 雲水量の垂直プロファイル。観測された雲水量(破線)は、Parcel 法から期待される凝結量(実線)よりも非常に少ない。LCLは約 1.5 km である。

大気科学講座2 (浅井・武田・木村)



Japan Meteorological Agency

JMA  
21

## 対流のInitiation

- 成層不安定であることは、対流発生のための必要条件であり、十分条件ではない!
- LFCより上ではparcelは浮力によって自発的に上昇するが、LFCにparcelを持ち上げる外力が必要。
- LFCに持ち上げるまでのエネルギー障壁 CIN(Convective Inhibition)
 
$$CIN = \int_{z_{SL}}^{z_{LFC}} g \frac{\theta_{v,p} - \theta_{v,a}}{\theta_{v,a}} dz < 0$$
- 対流発生のためにはCINの障壁を乗り越えることが必要



Japan Meteorological Agency  
22

## CINを乗り越えるのに必要なこと

- 風の水平収束による空気塊の上昇
  - 前線上也含む
- 地形による空気塊の上昇
- 日中の混合層の発達

これらの現象のスケールが小さいことも  
→ 高解像度モデルで鉛直輸送は格子平均で表現出来ていても、これらの現象の効果はパラメタライズする必要がある場合も



Japan Meteorological Agency

JMA  
23

## 深い対流と浅い対流

- モデルでは、降水を伴う対流(深い)と伴わない(浅い)と分けられることがあるが、単純にそれだけではない。
- 浅い対流も熱・水の輸送を担うが、スケールは深い対流よりも小さく、モデルでの扱いも異なる。(たとえば、クロージャーなど)
- 熱帯では、混合層の発達とともに混合層上端に雲が出来て、それが浅い対流、深い対流へと遷移していくのが見られる。その遷移を表現するためにも浅い対流は重要



Japan Meteorological Agency  
24



## 復習:物理過程とは？

$$\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t} = -\nabla \cdot (\bar{u}\bar{\phi}) - \nabla \cdot \underbrace{\bar{f}'_{\phi}}_{(I)} - \nabla \cdot \underbrace{\bar{f}_{\phi}}_{(II)} + \underbrace{\bar{K}_{\phi}}_{(III)}$$

- 以下のような効果による**時間変化率**を見積もること。
  - (I) 格子点値では表現できないサブグリッドの輸送
  - (II) 流れによらない輸送(力学で扱う気圧傾度力を除く)
  - (III) 内部での生成・消滅(力学で扱うコリオリ力・重力を除く)
- 物理過程の**最終生産物は時間変化率**であることに大いに注意すること。
  - それぞれの物理過程を理解する際には、どのように時間変化率を計算するのかに注意すること。

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA

## 対流パラメタリゼーションの必要性

- 対流のスケール:数km~数十km
- モデルの水平格子間隔
  - 全球モデル:20km~数百km
  - 領域モデル:20km~数km
- 質量保存から、鉛直流は上昇流と下降流とがペアになるのが基本
  - 大きなスケールでは、格子平均の鉛直速度はほぼゼロであり、対流による輸送はサブグリッド
  - 高解像度モデルでは上昇流と下降流が別の格子で表現できる

気象庁・対流パラメタリゼーションを必要としないモデル解像度についてはいろいろ議論あり。

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA

## 対流パラメタリゼーションがないと(GSM)

積雲対流スキームあり

GSM-TL959L60 2009.08.23 12UTC FT=036  
(rate Time: 08.23.00UTC)

GSMの予報  
(前12時間降水量)

積雲対流スキームなし

GSM-TL959L60 2009.08.23 12UTC FT=036  
(valid Time: 08.23.00UTC)

GSMの予報  
(前12時間降水量)

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA

## 対流パラメタリゼーションがないと(MSM)

- 5kmモデルでも「対流」を駆動するのに必要
- MSMで対流スキームを使用しない場合の予報例

対流スキーム無

対流スキーム有

- 過剰な降水が狭いエリアに集中している
- より不安定(CAPE)が増したのちに格子での対流が起こり、現象が過剰になる。
  - 過度の上昇流(10m/sを超える)
  - (時間積分間隔を固定している現業モデルとしては)数値不安定の危険 (→ 異常終了Abend)

計算安定性の面でも、対流スキーム=成層の安定化は必要

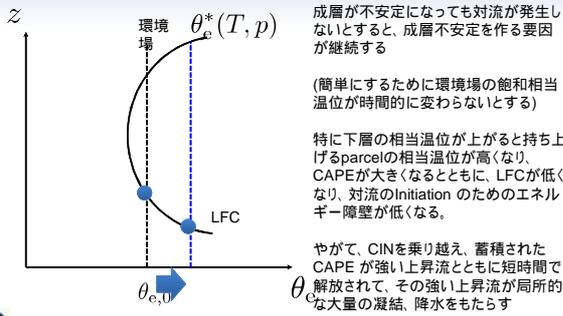
気象庁 Japan Meteorological Agency JMA

## なにが起きている？

- 対流パラメタリゼーションを使うような低解像度モデルでは、格子平均の鉛直速度はほぼゼロ
  - 連続性から、上昇流と下降流はセットで現れることが多く、格子で平均すると鉛直速度はゼロ
- しかし、CAPEを増やす環境場の変化(特に日射による下層の加熱等)は表現され、CAPEは蓄積される。
  - 同時に、日中は混合層が発達してCINを小さくする。
- 蓄積されたCAPEが短時間に運動エネルギーに変換され、局所的に強い上昇流が計算される。それに伴い凝結した大量の水が降水となる。
  - だから、降水の範囲は局所的であるが、量は非常に多くなっている。
- 不自然にCAPEを蓄積する前に、サブグリッドの鉛直流による熱・水の鉛直輸送をパラメタライズする必要

気象庁 Japan Meteorological Agency JMA

## 相当温位で理解すると



成層が不安定になっても対流が発生しないとすると、成層不安定を作る要因が継続する

(簡単にするために環境場の飽和相当温位が時間的に変わらないとする)

特に下層の相当温位が上がると持ち上げるparcelの相当温位が高くなり、CAPEが大きくなるとともに、LFCが低くなり、対流のInitiationのためのエネルギー障壁が低くなる。

やがて、CINを乗り越え、蓄積されたCAPEが強い上昇流とともに短時間で解放されて、その強い上昇流が局所的な大量の凝結、降水をもたらす

## 高解像度モデルでは？

- 高解像度モデルでは、上昇流と下降流が別々の格子で表現され、**格子で平均してもゼロにならない**ことを期待。
- 対流を表現する場合には、支配方程式の**格子平均の鉛直速度による輸送**として表現される。
  - その鉛直速度の時間変化率の起源の一つは**浮力**だった。
- しかし、**正の浮力**を得て鉛直速度が十分に大きくなると対流輸送が起きず**CAPEが蓄積**されていくことは低解像度と同じ。
- 水平解像度1-2km程度のモデルでは、**鉛直輸送の全部または一部**の表現が可能になるが、**イニシエーション、エントレインメント・デトレインメント**はもっと小さなスケールなことがあり、これらの効果のパラメタライズは必要かも。

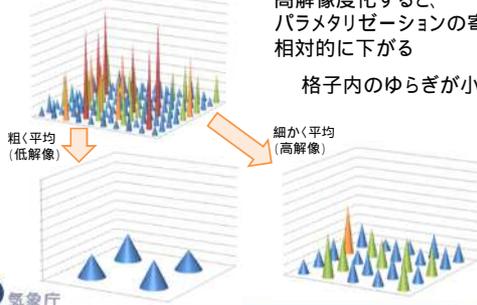
## より解像度の高いモデルでは？

- 数値予報モデル格子点の値は、空間的・時間的な平均値

なにかシグナルがあって、

高解像度化すると、パラメタライゼーションの寄与が相対的に下がる

格子内のゆらぎが小さくなる

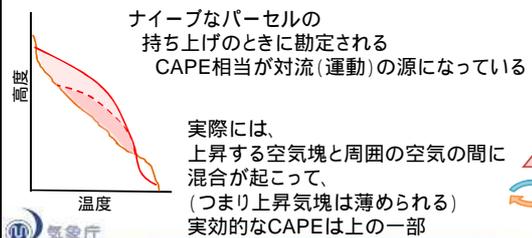


粗く平均  
(低解像)

細かく平均  
(高解像)

## 対流スキームの必要性

- 2kmなりのCAPEの溜めこみがある？
- CAPEの消費の仕方？



ナイーブなパースルの持ち上げのときに勘定されるCAPE相当が対流(運動)の源になっている

実際には、上昇する空気塊と周囲の空気との間に混合が起こって、(つまり上昇気塊は薄められる)実効的なCAPEは上の一部

## 対流スキームの必要性

- 2kmなりのCAPEの溜めこみがある？
- CAPEの消費の仕方？



対流パラメタライゼーションは、上昇する気塊と周囲とのやり取りを考慮している (エントレインメントとデトレインメント)

既存の対流スキームを使わないのなら、このようなプロセスを取り入れるべきなのだろう

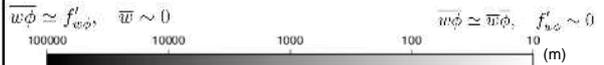
## Grey Zone problem

### 例:対流

格子平均の鉛直速度では**全く輸送を解像できない**

格子平均の鉛直速度で**部分的に**解像できる

格子平均の鉛直速度で輸送を**すべて**解像できる



すべての輸送はパラメタライゼーションによる



パラメタライゼーションは**必要**ない

乱流では、Grey Zone を "**Terra Incognita**" (未知なる大地)と呼ぶ  
ただし、乱流の方が、Grey Zone 問題が現れるスケールが小さい (1km程度)

## 格子平均の支配方程式

$$\frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{\theta}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}\bar{\theta}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}\bar{\theta}}{\partial z} = \frac{L\bar{Q}}{c_p\pi} - \frac{\partial \bar{w}'\theta'}{\partial z} - \frac{Q_{\text{RAD}}}{\pi}$$

$$= \frac{Q_1}{\pi} - \left[ \frac{\partial \bar{w}'\theta'}{\partial z} \right]_{\text{BL}} - \frac{Q_{\text{RAD}}}{\pi}$$

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}\bar{q}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}\bar{q}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}\bar{q}}{\partial z} = -Q - \frac{\partial \bar{w}'q'}{\partial z}$$

$$= Q_2 - \left[ \frac{\partial \bar{w}'q'}{\partial z} \right]_{\text{BL}}$$

$\bar{Q}$ : 凝結・蒸発,  $Q_{\text{RAD}}$ : 放射による冷却,

$L$ : 潜熱,  $c_p$ : 定圧比熱,  $\pi$ : Ekmer 関数

$Q_1$ : apparent heat source,  $Q_2$ : apparent moisture source

$Q_1, Q_2$  が対流パラメタリゼーションで評価すべきもの

## 対流パラメタリゼーションの役割

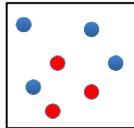
- サブグリッドの鉛直輸送による格子平均の運動量・熱(温度・温位)・水の時間変化率を見積もる。
- その輸送によって伴うサブグリッドの凝結(格子平均では飽和に達していなくても部分的には飽和水蒸気量を超えて凝結)による熱の放出、さらにはこの凝結が地上降水となる量を見積もる。

## 対流パラメタリゼーションでの格子内の描像

- 積雲対流がある部分とそれ以外(環境場)に分離

— 我々が最後に必要なのはその格子平均

$$\bar{\phi} = \sigma \bar{\phi}^c + (1 - \sigma) \bar{\phi}^e$$



- 積雲対流を上昇流と下降流に分けることもできる。

$$\bar{\phi} = \sigma^u \bar{\phi}^u + \sigma^d \bar{\phi}^d + (1 - \sigma^u - \sigma^d) \bar{\phi}^e$$

- 多くのモデルでは  $\sigma \ll 1$  の近似を適用

## c.f. 境界層と対流の格子内の描像の違い

- 境界層パラメタリゼーション  $(\bar{w}'\phi')_{\text{BL}} = -K_\phi \frac{\partial \phi}{\partial z} + \Gamma_\phi$ 
  - 大小さまざまな乱流(渦)による輸送の足しあわせであるが、その乱流輸送は格子内全体にあるものとし、対流パラメタリゼーションのように輸送のある領域とない領域を分けることはしていない。
  - 従来モデルでは、境界層輸送と対流輸送を別々に取り扱う  $w'\phi' = (w'\phi')_{\text{BL}} + (w'\phi')_{\text{cu}}$ 
    - ダブルカウントを否定できない。
    - モデルによっては、境界層輸送と対流輸送を排他的にするものも(対流が発生すると判定された格子では、境界層による輸送をLCL以下に限定)

## Cloudy part 平均の支配方程式 (after Gregory and Miller 1989)

格子全体の面積のうち、 $\sigma$ の割合が積雲領域であるとする。その積雲領域で平均操作を行うと、

$$\frac{\partial \bar{\sigma}^c}{\partial t} - \theta_b \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma \left( \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}\bar{\theta}^c + \frac{\partial}{\partial y} \bar{v}\bar{\theta}^c \right) + \frac{\partial \bar{w}\bar{\theta}^c}{\partial z} - (w\theta)_b \frac{\partial \sigma}{\partial z} = \sigma \frac{L\bar{Q}^c}{c_p\pi}$$

$$\frac{\partial \bar{\sigma}^c}{\partial t} - q_{vb} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma \left( \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}q_v^c + \frac{\partial}{\partial y} \bar{v}q_v^c \right) + \frac{\partial \bar{w}q_v^c}{\partial z} - (wq_v)_b \frac{\partial \sigma}{\partial z} = -\sigma \bar{Q}^c$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \sigma \left( \frac{\partial}{\partial x} \bar{w}^c + \frac{\partial}{\partial y} \bar{v}^c \right) + \frac{\partial \bar{w}\bar{\sigma}^c}{\partial z} - w_b \frac{\partial \sigma}{\partial z}$$

bの添え字がついた量は雲域の境界での値を示す。平均をとる体積(積分の上下限)が時間・気圧に依存することに注意

## 格子平均の加熱Q1

$$\left[ \frac{\partial}{\partial z} \bar{w}'\theta' \right]_{\text{cu}} = \frac{\partial}{\partial z} [\sigma(w\theta^c - w\bar{\theta}^c)]$$

$$= \frac{\partial}{\partial z} (\sigma w\theta^c) - \sigma w \frac{\partial \bar{\theta}^c}{\partial z} - \bar{\theta}^c \frac{\partial (\sigma w)}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial}{\partial z} (\sigma w\theta^c) - \sigma w \frac{\partial \bar{\theta}^c}{\partial z} - \left[ \bar{\theta}^c \frac{\partial \sigma}{\partial t} + w_b \bar{\theta}^c \frac{\partial \sigma}{\partial z} - \sigma \bar{\theta}^c \left( \frac{\partial \bar{w}^c}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^c}{\partial y} \right) \right]$$

であることを用いれば

$$Q_1 = \frac{L}{c_p\pi} \left[ \sigma \bar{Q}^c + (1 - \sigma) \bar{Q}^e \right] - \left[ \frac{\partial}{\partial z} \bar{w}'\theta' \right]_{\text{cu}}$$

$$= \frac{L}{c_p\pi} \left[ \sigma \bar{Q}^c + (1 - \sigma) \bar{Q}^e \right] - \left[ \frac{\partial}{\partial z} \bar{w}'\theta' \right]_{\text{cu}}$$

$$= (1 - \sigma) \frac{L\bar{Q}^e}{c_p\pi} + \frac{\partial \sigma \bar{\theta}^c}{\partial t} - \theta_b \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \sigma \left( \frac{\partial}{\partial x} \bar{u}\bar{\theta}^c + \frac{\partial}{\partial y} \bar{v}\bar{\theta}^c \right) + \frac{\partial \bar{w}\bar{\theta}^c}{\partial z} - (w\theta)_b \frac{\partial \sigma}{\partial z}$$

$$- \frac{\partial \sigma w \bar{\theta}^c}{\partial z} + \sigma w \frac{\partial \bar{\theta}^c}{\partial z} + \left[ \bar{\theta}^c \frac{\partial \sigma}{\partial t} + w_b \bar{\theta}^c \frac{\partial \sigma}{\partial z} - \sigma \bar{\theta}^c \left( \frac{\partial \bar{w}^c}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^c}{\partial y} \right) \right]$$

$$= \sigma w \frac{\partial \bar{\theta}^c}{\partial z} + (1 - \sigma) \frac{L\bar{Q}^e}{c_p\pi} + \frac{\partial \sigma \bar{\theta}^c}{\partial t} + (\theta - \theta_b) \frac{\partial \sigma}{\partial t} + [w_b \bar{\theta}^c - (w\theta)_b] \frac{\partial \sigma}{\partial z}$$

$$+ \sigma \left[ w \frac{\partial \bar{\theta}^c}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{\theta}^c}{\partial y} + (\bar{\theta}^c - \bar{\theta}) \left( \frac{\partial \bar{w}^c}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^c}{\partial y} \right) \right]$$

## 格子平均の加熱に寄与するもの

$$Q_1 = \sigma \bar{w}^c \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} \quad \text{雲中の上昇流と等しい大きさの下降流による格子平均温度の鉛直移流=補償下降流による加熱}$$

$$+ (1 - \sigma) \frac{L \bar{Q}^c}{c_p \pi} \quad \text{環境の非断熱加熱・冷却(蒸発)}$$

$$+ \frac{\partial \sigma \bar{\theta}^c}{\partial t} + (\theta - \theta_b) \frac{\partial \sigma}{\partial t} + [w_b \bar{\theta} - (w\theta)_b] \frac{\partial \sigma}{\partial z} \quad \text{時間変化項の鉛直微分項無視されることが多い}$$

$$+ \sigma \left[ \bar{u}^c \frac{\partial \bar{\theta}^c}{\partial x} + \bar{v}^c \frac{\partial \bar{\theta}^c}{\partial y} + (\bar{\theta}^c - \bar{\theta}) \left( \frac{\partial \bar{u}^c}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}^c}{\partial y} \right) \right] \quad \text{移流 雲中の速度場、雲内外の温度差に関係}$$

(エントレインメント)・デトレインメントに関係

## Q1とQ2の例

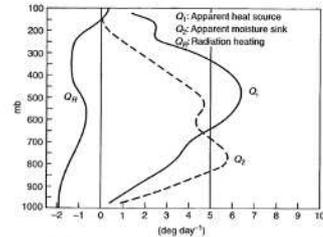


Figure 6.3. The vertical profiles of  $Q_1$  (solid), the mean apparent heat source and  $Q_2$  (dashed), the mean apparent moisture sink) calculated over the Marshall Islands (from Yanai *et al.* 1973). The vertical profile of  $Q_{rad}$ , the radiational heating rate, is on the left as given by Dopplack (1972).

(Stensrud "Parameterization Schemes"より)

## 対流モデルのタイプ 調節型

### ・調節型I(対流調節)

－ 本来は鉛直プロファイルの変化(安定化)は鉛直輸送によって起きているが、その過程は問わず、対流が終わって安定化した状態を診断

－ 時間変化率  $\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi_{\text{final}} - \phi_{\text{initial}}}{\tau}$   
 ・どのくらいの時間で対流が終了するか( $\tau$ )を別途与える必要あり(タイムステップが長ければ1ステップで安定化すると扱う)

### ・調節型II(Kain-Fritsch)

－ 対流が終わったあとの最終状態を診断するもの、その診断の過程に鉛直輸送の詳細を加味

## 対流モデルのタイプ 時間変化率型

### ・時間変化率型

－ 格子平均に返す時間変化率を計算する。

$$\left[ \frac{\partial \theta}{\partial t} \right]_{\text{cu}} = Q_1 = \frac{L}{c_p \pi} \bar{Q} - \left[ \frac{\partial}{\partial z} w' \theta' \right]_{\text{cu}} \quad (1)$$

$$= \bar{w}^c \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + \frac{L \bar{Q}^c}{c_p \pi} + D(\bar{\theta}^c - \bar{\theta}) \quad (2)$$

先に提示したQ1の式で、時間変化項・ $\sigma$ の鉛直微分項を無視し、 $\sigma \ll 1$ 、最終項をデトレインメントの項に置き換え

(1)に基づいて輸送フラックスを使うスキームと  
 (2)式に基づいて雲中の上昇流と温度、デトレインメント率を使うスキームがある。  
 (雲中の連続の式を通じて同等ではある)

## 対流パラメタリゼーションの構成要素

### ・トリガー

－ 対流の発生を診断する

### ・雲モデル

－ 対流による加熱率・加湿率の鉛直プロファイルの(相対的)構造を決定

### ・クロージャー

－ 対流の絶対的な大きさを決める。

## 対流調節

破線:対流発生前  
 実線:対流発事後  
 成層不安定を解消するように熱、水蒸気を鉛直移動させる

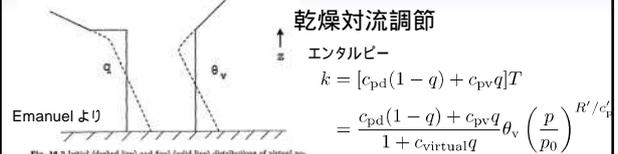


Fig. 16.2 Initial (dashed line) and final (solid line) distributions of virtual potential temperature and specific humidity in dry convective adjustment.

エンタルピーと水蒸気量の鉛直積算が対流発生前後で不変であること、仮温度と水蒸気量の対流発事後のプロファイルは、対流による熱・水輸送があったそうで鉛直方向に一定になるとすると

$$\theta_{v, \text{final}} = \frac{\int_{z_b}^{z_t} k \rho dz}{\int_{z_b}^{z_t} \frac{c_{pd}(1-q) + c_{pv}q}{1 + c_{\text{virtual}}q} \theta_v \left(\frac{p}{p_0}\right)^{R'/c'_v} \rho dz} \quad \text{時間変化率は}$$

$$\frac{\partial \theta_v}{\partial t} = \frac{\theta_{v, \text{final}} - \theta_{v, \text{old}}}{\tau}$$

不安定を解消するのに要する時間を別途決める必要あり

## マスフラックスによる雲モデルの定式化

- マスフラックスを追跡して、そのマスフラックスに基づいて、格子平均の運動量、熱、水蒸気量の輸送量を計算して、時間変化率を算出。  
- エントレインメントやデトレインメントはマスフラックスそのものの増減に寄与

## マスフラックスによるサブグリッド輸送の表現

平均操作の定義  $\bar{\phi} = \sigma\bar{\phi}^c + (1-\sigma)\bar{\phi}^e$

$$\begin{aligned} w'\phi' &= \overline{w\phi} - \bar{w}\bar{\phi} \\ &= \sigma\overline{w\phi}^c + (1-\sigma)\overline{w\phi}^e - [\sigma\bar{w}^c + (1-\sigma)\bar{w}^e]\bar{\phi} \\ &= (1-\sigma)\overline{w'\phi'}^e + \sigma\overline{w'\phi'}^c + \sigma\bar{w}^e(\bar{\phi}^c - \bar{\phi}) - (1-\sigma)\bar{w}^e(\bar{\phi}^e - \bar{\phi}) \\ &\quad (\because \overline{w\phi}^c \simeq \bar{w}^c\bar{\phi}^c, \quad \overline{w\phi}^e = \bar{w}^e\bar{\phi}^e + \overline{w'\phi'}^e) \\ &= (1-\sigma)\overline{w'\phi'}^e + \sigma\bar{w}^e(\bar{\phi}^c - (\sigma\bar{\phi}^c + (1-\sigma)\bar{\phi}^e)) - (1-\sigma)\bar{w}^e(\bar{\phi}^e - (\sigma\bar{\phi}^c + (1-\sigma)\bar{\phi}^e)) \\ &= (1-\sigma)\overline{w'\phi'}^e + \sigma(1-\sigma)(\bar{w}^e - \bar{w}^c)(\bar{\phi}^c - \bar{\phi}^e) \end{aligned}$$

マスフラックスを次のように定義  $M = \rho\sigma(1-\sigma)(\bar{w}^c - \bar{w}^e)$

$$\rho w'\phi' = (1-\sigma)\overline{w'\phi'}^e + M(\bar{\phi}^c - \bar{\phi}^e)$$

$\sigma \ll 1, \quad \overline{w'\phi'}^e = 0 \Rightarrow M \simeq \rho\sigma(\bar{w}^c - \bar{w}^e), \quad \rho w'\phi' \simeq M(\bar{\phi}^c - \bar{\phi}^e)$

## マスフラックスによるサブグリッド輸送の表現

平均操作の定義  $\bar{\phi} = \sum_i a_i \phi_i^c + \left[1 - \sum_i a_i\right] \phi^e$

$$\begin{aligned} \rho w'\phi' &= \rho \sum_i a_i (w_i^c - \bar{w})(\phi_i^c - \bar{\phi}) + \rho \left[1 - \sum_i a_i\right] (w^e - \bar{w})(\phi^e - \bar{\phi}) \\ &= \rho \sum_i a_i (w_i^c - \bar{w})(\phi_i^c - \bar{\phi}) + \left[1 - \sum_i a_i\right] \rho w'\phi'^e \\ &= \sum_i M_i (\phi_i^c - \bar{\phi}) + (1-a)\rho w'\phi'^e \\ &= M(\bar{\phi}^c - \bar{\phi}) + \rho w'\phi'^e \end{aligned}$$

where  $M = \sum_i M_i = \sum_i \rho a_i (w_i^c - \bar{w}), \quad \phi^c = \frac{\sum_i M_i \phi_i^c}{\sum_i M_i}, \quad a = \sum_i a_i$

対流中のマスフラックスと対流中での物理量が決まれば、サブグリッド輸送量を求めることができる。

## マスフラックススキームでは

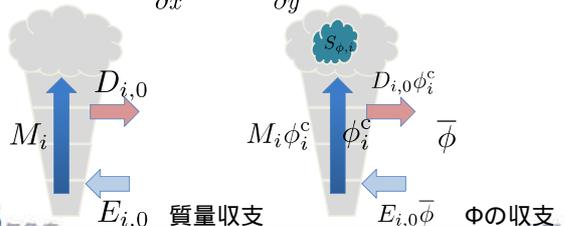
- マスフラックスと、雲内の物理量が求められれば、対流輸送によるその物理量の格子平均への時間変化率が求められる。
- そのマスフラックスと雲内の物理量  
←これらが満たす関係式を構築 (=雲モデル)

上昇流域、下降流域を分けて考えるモデルでは、上昇流とその中の物理量、下降流とその中の物理量についてのモデルを作る

## Entrainment Plume Model

- 物理量 $\phi$ のエントレインメント・デトレインメント(水平輸送)による時間変化が以下のように書けると仮定。

$$-\frac{\partial}{\partial x}(u_i\phi) - \frac{\partial}{\partial y}(v_i\phi) = E_{i,0}\bar{\phi} - D_{i,0}\phi_i^c$$



## Entrainment Plume Model

- 質量保存(連続の式)

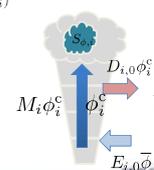
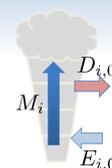
$$\begin{aligned} \frac{\partial(\sigma_i\rho_0)}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x}(u_i\sigma_i\rho_0) - \frac{\partial}{\partial y}(v_i\sigma_i\rho_0) - \frac{\partial}{\partial z}(w_i^c\sigma_i\rho_0) \\ \frac{\partial\sigma_i}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial x}(u_i\sigma_i) - \frac{\partial}{\partial y}(v_i\sigma_i) - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial}{\partial z}(\sigma_i\rho_0 w_i^c) \\ &= E_{i,0}\sigma_i - D_{i,0}\sigma_i - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial M_i}{\partial z} \\ &= E_i - D_i - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial M_i}{\partial z} \quad (E_i = E_{i,0}\sigma_i, D_i = D_{i,0}\sigma_i) \end{aligned}$$

- 雲の中の熱収支(cは凝結量)

$$\frac{\partial(\sigma_i\theta_i^c)}{\partial t} = E_i\bar{\theta} - D_i\theta_i^c - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(M_i\theta_i^c)}{\partial z} + \frac{L}{C_p\pi}c_i$$

- 雲の中の水蒸気収支

$$\frac{\partial(\sigma_i q_{vi}^c)}{\partial t} = E_i q_v - D_i q_{vi}^c - \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial(M_i q_{vi}^c)}{\partial z} - c_i$$



## よく使われる仮定など

- Steady state: 時間微分は0
- 複数の積雲の考え方
  - バルクモデル: すべての積雲について足しあわせて、一組の変数で表される積雲を考える。

$$\rho \overline{w' \phi'} = M(\phi^c - \bar{\phi})$$

$$E_i = \varepsilon_i M_i, \quad D_i = \delta_i M_i, \quad M = \sum_i M_i, \quad \phi^c = \sum_i M_i \phi_i^c / M,$$

$$\varepsilon = \sum_i \varepsilon_i, \quad \delta = \sum_i \delta_i, \quad E = \frac{M}{\rho} \varepsilon, \quad D = \frac{M}{\rho} \delta$$

- アンサンブル(スペクトル)モデル: エントレインメント率が異なる複数の積雲のアンサンブル

$$M_c(p) = \int_0^{\varepsilon D} m_B(\varepsilon) \eta(p, \varepsilon) d\varepsilon$$

## バルクモデルのマスフラックス方程式

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial M}{\partial z} + E - D = 0 \quad (1)$$

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (M \theta^c)}{\partial z} + E \bar{\theta} - D \theta^c + \frac{L}{C_p \pi} c = 0 \quad (2)$$

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial (M q_v^c)}{\partial z} + E \bar{q}_v - D q_v^c - c = 0 \quad (3)$$

- EとDが与えられれば、Mの鉛直プロファイルを求めることができる (ただし雲底のMが境界値として必要)
- Mが求まり、cが与えられれば、 $\theta^c, q_v^c$ のプロファイルが求められる。
- これらが決まれば、次のスライドの関係式から、時間変化率を求めることができる。

マスフラックスを上昇流と下降流に分けて、それぞれについて同様の方程式をたてることもできる。

## 積雲対流による格子平均の温位の時間変化率

$$\left[ \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} \right]_{cu} \equiv \frac{Q_1}{C_p \pi} = \frac{L}{C_p \pi} (c - e) - \frac{\partial (w' \theta')}{\partial z}$$

$$\text{格子平均の温位変化率} = \frac{L}{C_p \pi} (c - e) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial [M(\theta^c - \bar{\theta})]}{\partial z} \quad (1)$$

$$= \frac{M}{\rho_0} \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial z} + D(\theta^c - \bar{\theta}) - \frac{L}{C_p \pi} e \quad (2)$$

通常は正
通常は負

補償下降流による加熱
雲から環境へのデトレインメント
蒸発による冷却

このモデルでは、凝結による加熱は格子平均の温位変化率には直接寄与しない、凝結によって放出された熱は運動エネルギーになる。

## 積雲対流による格子平均の比湿の時間変化率

$$\left[ \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial t} \right]_{cu} = -(c - e) - \frac{\partial (w' q_v')}{\partial z}$$

$$\text{格子平均の比湿変化率} = -(c - e) - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial [M(q_v^c - \bar{q}_v)]}{\partial z} \quad (1)$$

$$= \frac{M}{\rho_0} \frac{\partial \bar{q}_v}{\partial z} + D(q_v^c - \bar{q}_v) + e \quad (2)$$

通常は正
通常は負

補償下降流による乾燥
雲から環境へのデトレインメント
蒸発による加湿

## 上昇流と下降流を分けた場合

- 時間変化率に含まれる輸送項
 
$$-\frac{\partial (w' \phi')}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} [M^u (\phi^u - \bar{\phi}) + M^d (\phi^d - \bar{\phi})]$$
- 雲中のマスフラックス方程式は上昇流、下降流それぞれに立てる(Sはsource項)
 
$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial M^u}{\partial z} + E^u - D^u = 0, \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial M^u \phi^u}{\partial z} + E^u \bar{\phi} - D^u \phi^u + S_\phi^u = 0$$

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial M^d}{\partial z} + E^d - D^d = 0, \quad -\frac{1}{\rho} \frac{\partial M^d \phi^d}{\partial z} + E^d \bar{\phi} - D^d \phi^d + S_\phi^d = 0$$

## エントレインメントのモデル化

- 飽和した大気の半径aの上昇流を考える
- マスフラックスは  $M = \pi a^2 \rho_u w_u$
- 連続性から  $\frac{dM}{dz} = 2\pi a \rho_e u$ 
  - Uは円の法線方向(中心向きが正)の風速
- Taylorの仮定:  $u = \alpha w$
- エントレインメント率  $\varepsilon \equiv \frac{1}{M} \frac{dM}{dz} = \frac{2\alpha}{a}$
- Mの鉛直プロファイル:  $M = M_B \exp\left[\frac{2\alpha}{a}(z - z_B)\right]$ 

$M_B$  は雲底 ( $z = z_B$ ) におけるマスフラックス
- 雲底マスフラックスが決まればマスフラックスのプロファイルが決まる

## エントレインメント・デトレインメント

- エントレインメント・デトレインメントには未解明の部分が多く、そのパラメタリゼーションの多様さが対流パラメタリゼーションの多様さの原因と言ってよいほど。
  - ECMWFやUKMOでは、エントレインメント・デトレインメントの取り扱いの改良によって、大きな精度改善が得られている。

## 凝結・降水・融解など

- 積雲対流にともなうこれらの効果もパラメタライズする必要がある
- 雲スキーム(雲物理)との関連も考慮する必要がある。
  - デトレインメントは格子平均の場に影響を与える

## KFスキームの凝結・降水

- 上昇流中での凝結率  $c = M^u(q_v^u - q_s)$ 
  - $q_v^u$ はマスフラックスで輸送された後の $q_v^u$
- 上昇流中での降水形成率
  - Kessler's auto conversion)

$$r = \begin{cases} a(q_c^u - q_{c,0}) & (q_c^u \geq q_{c,0}) \\ 0 & (q_c^u < q_{c,0}) \end{cases}$$

## Closure

- マスフラックスによる定式化では、マスフラックスの境界条件(たとえば雲底)が必要であった。
- 方程式が閉じる(未知変数がすべて解ける)ようにするために置く仮定=クロージャー
  - 積雲の統計的な活動度と関係

## Closureの種類 after Arakawa 2004

- 水蒸気やその鉛直移流・収束に基づく診断型
- 準平衡(Quasi Equilibrium)に基づく診断型
- 瞬間的調節型
- 緩和型調節・トリガー調節型
- 予測型
- 確率型

## クロージャーの例

- CAPEを使ったもの
  - Kain-Fritch (診断型II)
    - 成層安定化した終状態では、CAPEはゼロまたは安定化前のある割合(85%とか)になることを仮定
    - このクロージャー関係を満たすように、積雲が格子を占める面積(すなわちマスフラックス)を変えて、雲モデルから各物理量の鉛直プロファイル、CAPEの計算を繰り返す

### クロージャーの例

- CAPEを用いたもの(続き)
  - CAPEの時間変化の関係から

$$\frac{\partial \text{CAPE}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{z_b}^{z_t} g \frac{\theta_v^c - \theta_v}{\theta_v} dz$$

$$= \int_{z_b}^{z_t} g \frac{\partial \theta_v^c}{\partial t} - \theta_v^c \frac{\partial \theta_v}{\partial t} dz$$

$$\approx -g \int_{z_b}^{z_t} \frac{1}{\theta_v} \frac{\partial \theta_v}{\partial t} dz$$

$$\approx -g \int_{z_b}^{z_t} \frac{M^c}{\rho \theta_v} \frac{\partial \theta_v}{\partial z} dz$$

$$= \frac{0 - \text{CAPE}}{\tau}$$

$$M^c = M^u + M^d = \alpha M_{\text{base}}^u + \beta M_{\text{LFS}}^d = (\alpha - \beta \eta) M_{\text{base}}^u \quad (M_{\text{LFS}}^d = -\eta M^u)$$

$$M_{\text{base}}^u = \frac{\text{CAPE}}{\tau} \frac{1}{g \int_{z_b}^{z_t} (\alpha - \beta \eta) \frac{1}{\rho \theta_v} dz}$$

$\alpha, \beta$  は  $M_{\text{base}}^u$  に依存するので、iteration が必要

JMA 67

### KF: 格子場の更新 → 成層安定化

繰り返し計算で安定化した状態を得る  
 最初、上昇流が格子の1%を占め、鉛直速度が1cm/sであると仮定して、以下の繰り返し計算をスタート

- 上昇/下降流マスフラックス、エントレイン、デトレインにより格子場が更新される(マスフラックス方程式)
- 更新された格子場から鉛直速度を求め、CAPEを算出
- 最初のCAPEを十分消費していたら、それが成層安定化した場となる
  - MSMはもとの85%を消費すればOK
- 不十分なら、マスフラックスを、 $\sim \frac{\text{CAPE}_{\text{org}} - \text{CAPE}_{\text{new}}}{\text{CAPE}_{\text{org}}}$  倍して、a.に戻る

CAPEを消費する、という条件を満たすように対流の活動度を決めている  
 → デトレインメントも同じ倍率を乗ずることになる = closure の役割

JMA

### クロージャーの例

- 雲底マスフラックスの予報方程式を解く
  - 雲底マスフラックスの時間変化を雲仕事関数と結びつける(JMAのArakawa-Shubert スキーム)

$$\frac{\partial M_B^u}{\partial t} = \frac{2A}{\alpha} - \frac{M_B^u}{2\tau_D}$$

JMA 69

### トリガー

- 対流の発生の有無を判断
  - 対流が発生すると判定されれば、対流スキームによる運動量・熱・水の輸送、
- 対流のイニシエーションに関係
- CINを超えるためのプロセスの一部を表現している面も

JMA 70

### KFスキームの対流の発生の条件(トリガー)

不安定サブグリッドの対流起きる → マスフラックスで表現した対流

$$T_{\text{LCL}} + \Delta T_{\text{LCL}} + \Delta T_{\text{RH}} > T_{\text{ENV}}$$

不安定 15hPa上から同様の操作さらに不安定なら繰り返し(最下層から300hPa上まで)

よくあるパーセルの持ち上げ  
 持ち上げ凝結高度(LCL)まで断熱的に持ち上げた気層の気温に摂動を加えた値とLCLにおける周囲の気温との競争

摂動は対流の起こりやすさ、強制力を表現したものの

JMA No. 71

### KFスキームの対流判定の際に気温に加える摂動

$$T_{\text{LCL}} + \Delta T_{\text{LCL}} + \Delta T_{\text{RH}} \text{ v.s. } T_{\text{ENV}}$$

- 上昇流に基づく気温摂動 :  $\Delta T_{\text{LCL}}$ 
  - 上昇流(強制力)が対流の発生のしやすさと関係するだろう(収束域)
  - 格子スケールの上昇流が大きいほど対流が発生しやすい傾向を対流パラメタリゼーションに反映

$$\Delta T_{\text{LCL}} = \left( \bar{w}_{\text{LCL}} \frac{\Delta x}{25000} - w_{\text{LCL}} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$\Delta x$  : モデル格子間隔  
 $w_{\text{LCL}}$  : LCLにおけるモデル格子の鉛直速度

閾値  $w_{\text{LCL}} = \begin{cases} w_0 \frac{z_{\text{LCL}}}{2000}, & (z_{\text{LCL}} \leq 2000 \text{ m}) \\ w_0, & (z_{\text{LCL}} > 2000 \text{ m}) \end{cases}$  ( $w_0 = 0.02 \text{ ms}^{-1}$ )

JMA

## KFスキームの対流判定の際に気温に加える摂動

$$T_{LCL} + \Delta T_{LCL} + \Delta T_{RH} \text{ v.s. } T_{ENV}$$

- 相対湿度に基づく気温摂動 :  $\Delta T_{RH}$ 
  - サブグリッドスケールの雲の発生しやすさを反映
    - 相対湿度が 75 % より小さければゼロ
    - 75 % 以上 95 % 以下なら緩やかに大きくなる
    - 95 % 以上なら急激に小さくなり、100 % ならゼロ

$$\Delta T_{RH} = \begin{cases} 0, & (RH_{LCL} < 0.75) \\ \frac{0.25(RH_{LCL} - 0.75)Q_{mix}}{\partial Q_{SLCL} / \partial T}, & (0.75 \leq RH_{LCL} \leq 0.95) \\ \frac{(1/RH_{LCL} - 1)Q_{mix}}{\partial Q_{SLCL} / \partial T}, & (0.95 < RH_{LCL}) \end{cases}$$

$RH_{LCL}$ : LCL における相対湿度  
 $Q_{LCL}$ : LCL における飽和混合比  
 $Q_{mix}$ : 持ち上げた気層の混合比

## ASスキームのトリガー

- DCAPE(dynamic CAPE generation rate)

$$DCAPE = \frac{1}{\Delta t} [CAPE(T^*, q^*) - CAPE(T, q)]$$

$$CAPE = g \int_{z_{LFC}}^{z_{EL}} \frac{T_v^u - \bar{T}_v}{\bar{T}_v} dz$$

- $T^*, q^*$  は、格子平均の移流を計算した後を示す。

- DCAPEがある閾値(GSMは-1/300)より大きくなったら対流が発生するとし、対流スキームを発動させる。

## まとめ(1)

- 対流とは？
  - 浮力=周囲との密度差=周囲との温度差を起源とする鉛直輸送
    - 凝結が伴い、それによって発生する潜熱がさらに浮力を生むとともに、降水となる。
    - CAPEを運動エネルギー(上昇流)に変換する過程
  - 現実の対流では、エントレインメント・デトレインメントによって周囲の空気とのやりとりがある。
  - 成層安定性と対流のイニシエーション
    - 成層が不安定なことは、対流発生のための必要条件であり十分条件ではない。
    - 対流発生には、CINを乗り越える外部強制力が必要。

## まとめ(2)

- 対流のモデル化
  - 対流パラメタリゼーションの必要性
  - 対流パラメタリゼーションは、対流による鉛直輸送とそれに伴う凝結等による時間変化率を求めることが最終ゴール。
  - 多くのモデルでは格子内を対流域と環境場に分割
  - 対流パラメタリゼーションに必要なコンポーネント
    - トリガー:対流の発生
    - 雲モデル:鉛直輸送の相対的な構造を決める。
    - クロージャー:対流の絶対的な活動度を決める

## まとめ(3)

- マスフラックススキーム
  - 対流モデルの一つで、近年の多くのモデルで採用
  - マスフラックスによる輸送  $w' \phi' = M(\phi^c - \bar{\phi})$
  - マスフラックス $M$ と雲中の物理量 $\phi$ が求めれば、輸送量を求め、それから時間変化率を求めることができる。
- エントレインメント・デトレインメント
  - モデル化はさまざま。これらがモデルの精度の大きな鍵を握る。

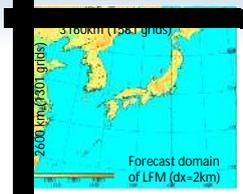
## 現業高解像度モデルにおける対流の表現とその課題



## 現業高解像度モデルLFM

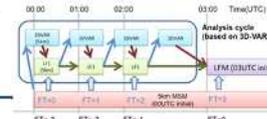
局地モデル(Local Forecast Model; LFM)

- 目的
  - 防災向け情報
  - 飛行場予報支援
- 水平格子間隔5kmのMSMを解析の第一推定値、側面境界値に利用



## LFMのシステムデザイン

- 小さな空間・時間スケールの顕著現象の予報精度向上
  - 予報モデルの水平格子間隔は2km
  - 積雲対流パラメタリゼーションは用いず
- 最新の観測データを速やかに予報に反映させる
  - 毎時解析・予報(9時間予報)を実行
  - 毎時の解析を速やかに行うために、水平格子間隔5kmの3次元変分法と1時間の予報を組み合わせたサイクル

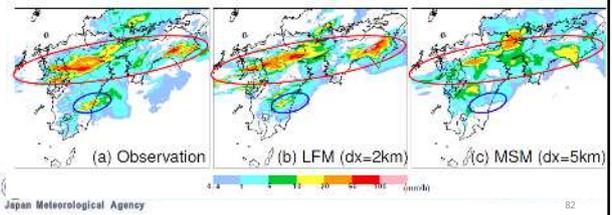


## Contents

- 現業高解像度モデル
- 高解像度モデルの利点
  - 強制力が強い場合の対流
  - 地形によるもの
- 高解像度モデルの対流表現の課題
- 対流を格子平均で表現するとは？
  - 対流パラメタリゼーションとの対比
- 現状の対流表現の理解
- 解決に向けたアイデア

## 高解像度モデルの利点(1)

- 対流を発生させる強制力が強い場合には、高解像度モデルは、よりよい予報ができる
  - 例) 2012年九州北部豪雨(3時間積算)
    - 前線に沿った対流

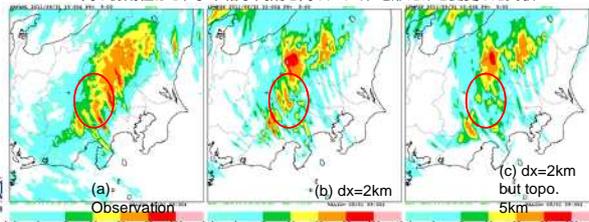


## 高解像度モデルの利点(2)

- 地形による強制上昇によって発生する対流の表現向上

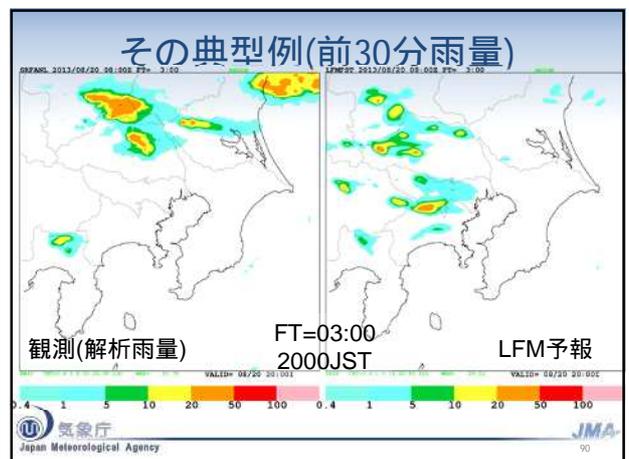
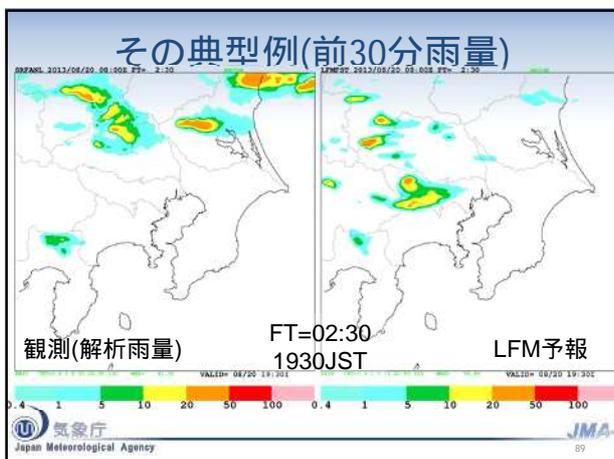
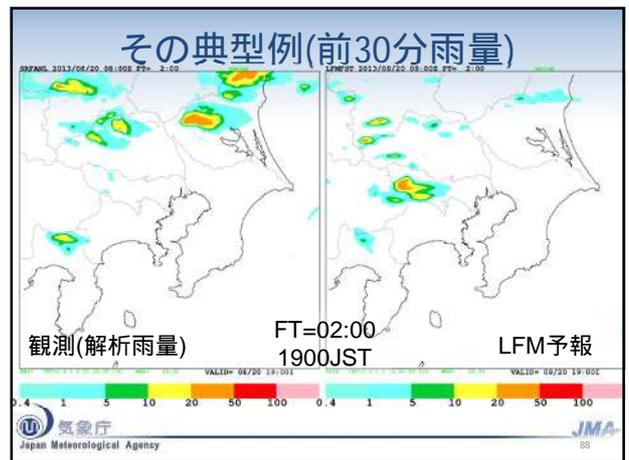
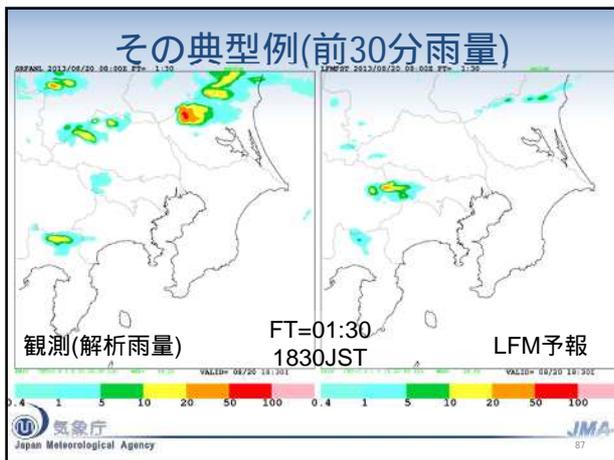
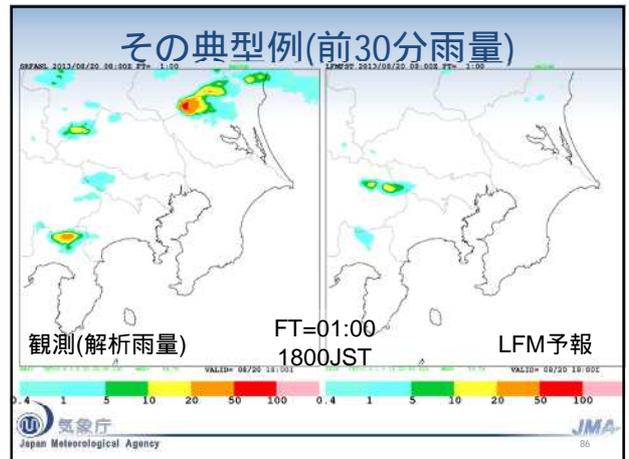
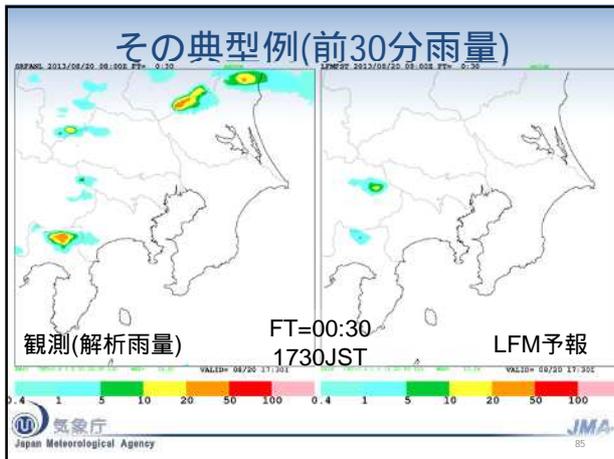


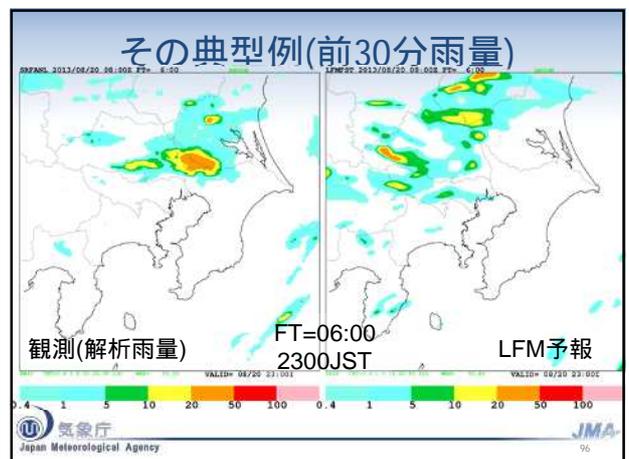
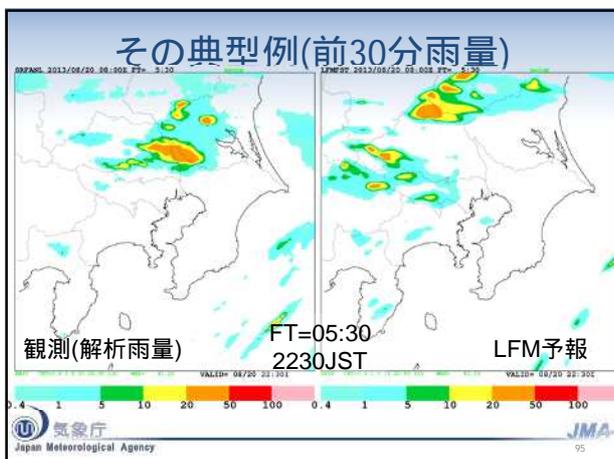
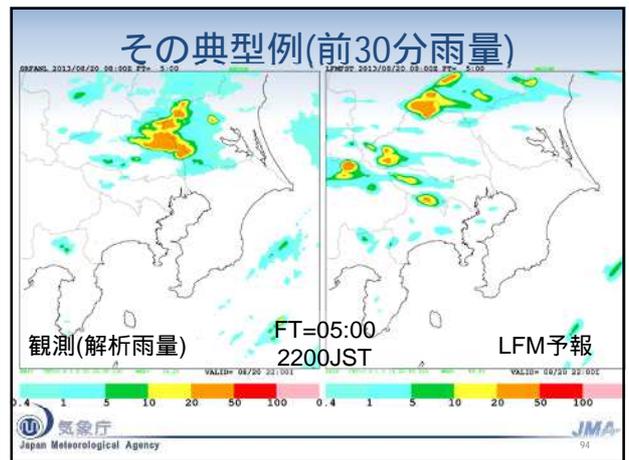
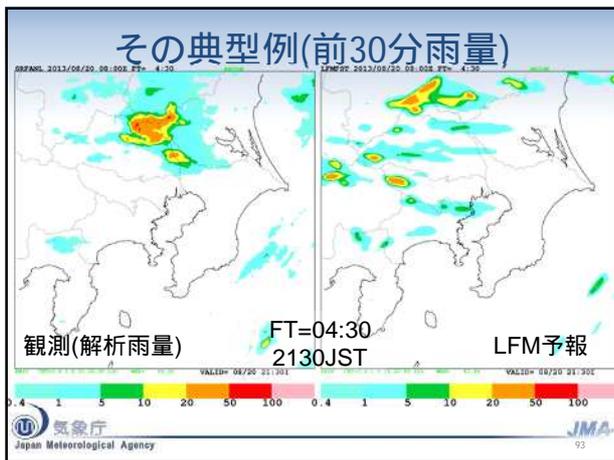
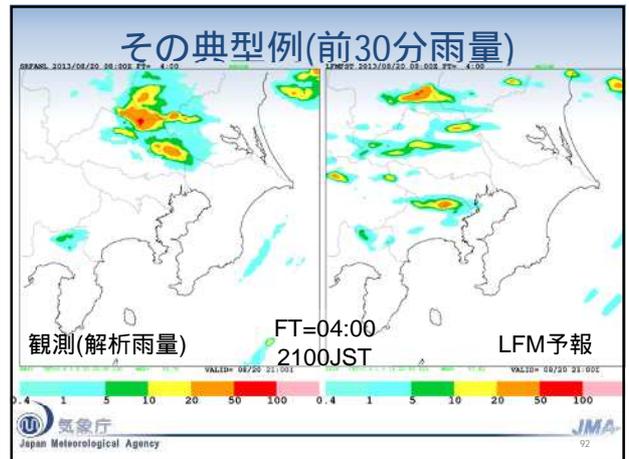
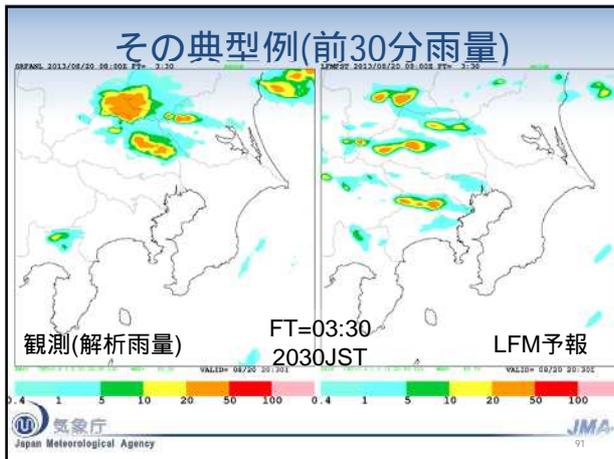
同じ初期値から、水平格子間隔を同じにして、地形だけを変更した実験

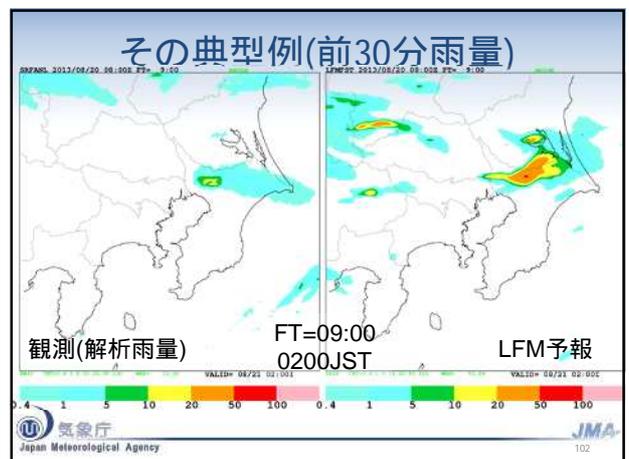
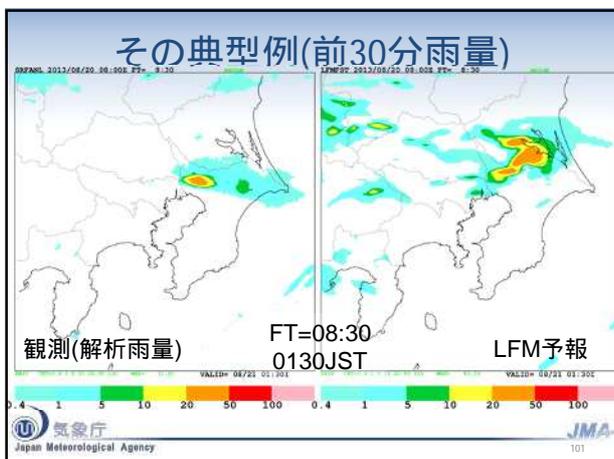
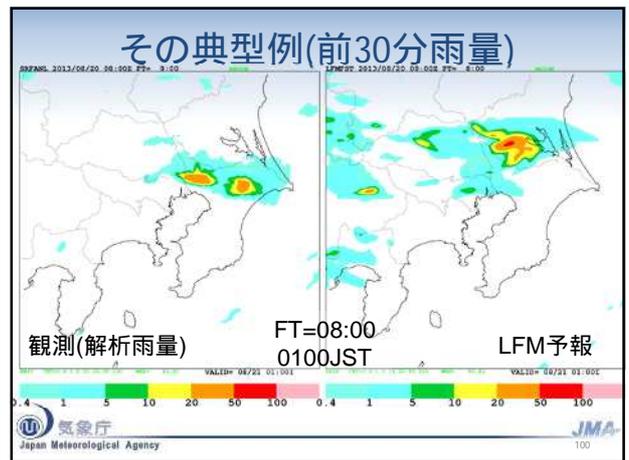
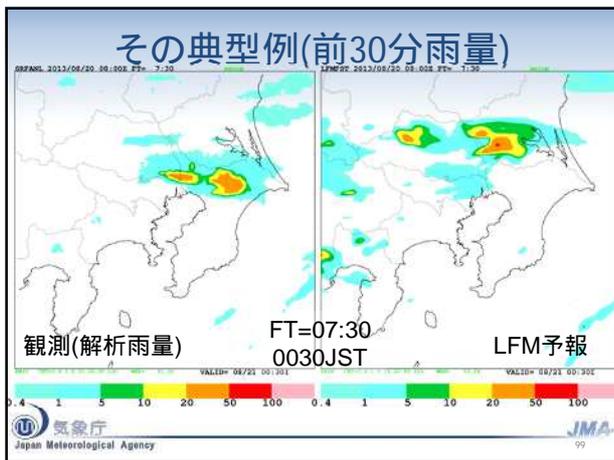
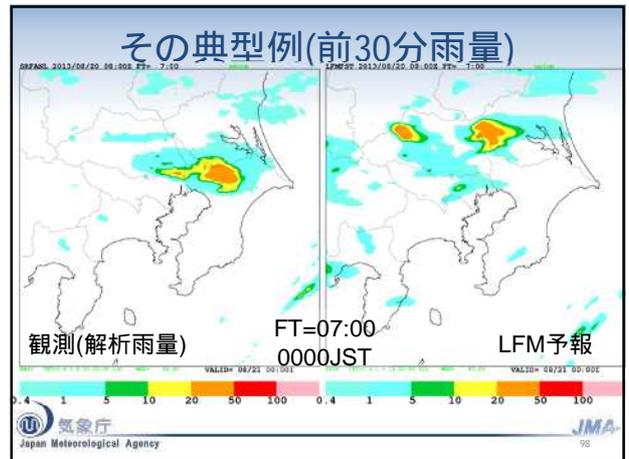
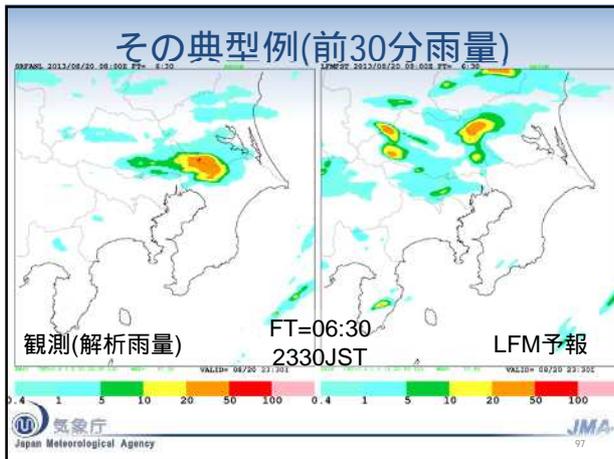


## LFMの対流表現の課題

- 対流発生時の強制力が弱い場合に
  - 対流の発生が遅れやすい
  - 対流活動、それに伴う降水が過大になりやすい
    - 実況より遅れたタイミングで、強い降水が予報されることがよくある。
  - 弱い降水が狭い
- 防災を目的としたLFMでは、タイミングや量的予報が重要であり、改善が望まれるところ。







## 格子平均値で対流を表現するとは？

- 「対流パラメタリゼーション(CP)を用いない」ということは、CPで考慮している対流モデルに相当するものを格子平均値で表現する必要
- CPには、これまでの対流に関する様々な知見が反映されている。
  - CPは用いないが、そのモデル化の際の知見は、CPを用いないときの対流の妥当性の検証などに使える。

## 積雲対流パラメタリゼーションの構成要素

- 雲モデル
  - マスマックス等の収支についての方程式を立てて解く。
    - エントレインメント/デトレインメントはその収支の一部
    - エントレインメントは、周りの乾燥空気を取り込み、対流を弱める
- クロージャ: 対流の絶対的な強さを規定
- トリガー: 対流の発生を判断
  - 断熱的に持ち上げたparcelの仮温度に場に応じた摂動を加え、それと環境場の仮温度を比較

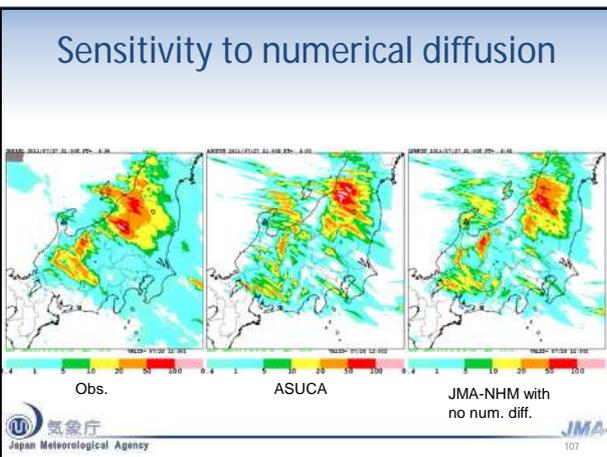
## 対流に伴う現象

鉛直輸送が大きな場へのフィードバックになるが、そのフィードバックを正しく評価するには、その過程にあるエントレインメント、イニシエーションも格子平均で表現する必要

しかし、

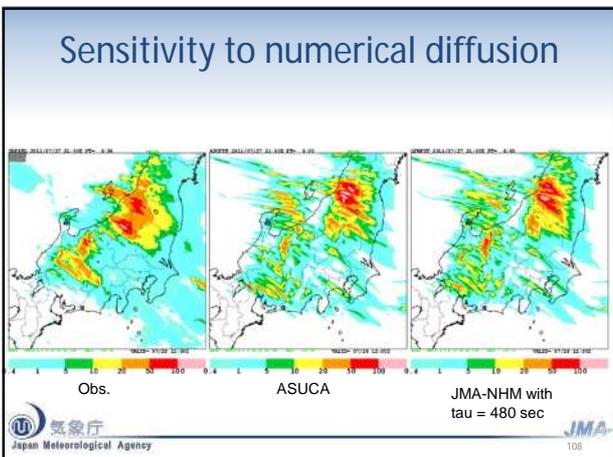
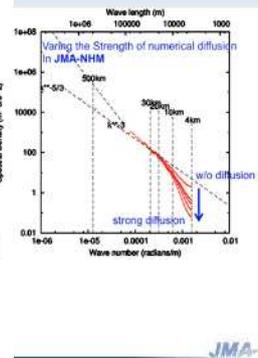
- エントレインメントは積雲の壁付近のスケールの小さい乱流によって引き起こされる
- 対流の発生のための強制上昇には、細かな地形やスケールの小さい収束が寄与

水平格子間隔2kmでは、エントレインメント等や対流イニシエーションは表現できない = これらに対するパラメタリゼーションが必要。

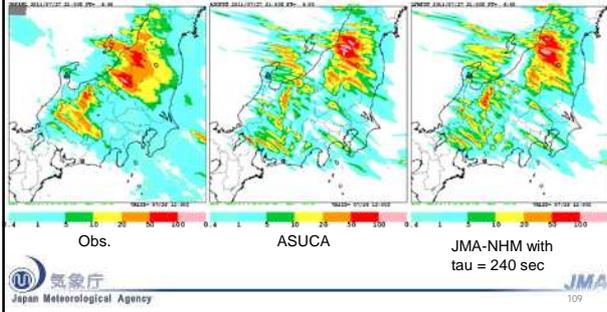


## 対流の発生と高波数成分

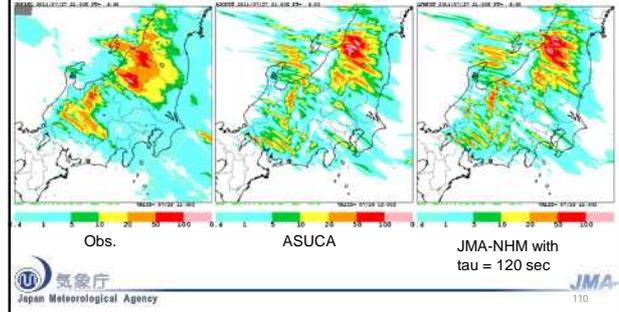
- JMA-NHM では、中央4次の移流スキームに移流補正と数値拡散を組み合わせている。
  - 数値拡散によって、(有効)解像度以上の高周波をフィルタリング(計算安定性にも関係)
  - 数値拡散の強さによって高周波成分のスペクトルが変化
  - 対流のイニシエーションが高周波に依存



## Sensitivity to numerical diffusion

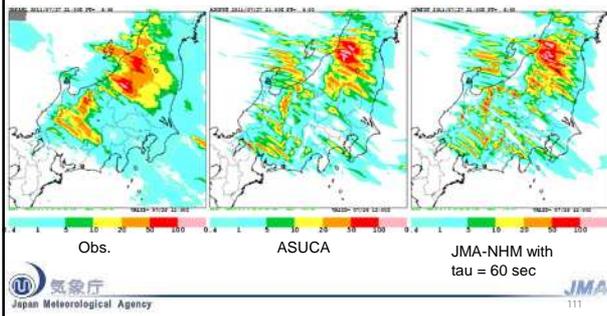


## Sensitivity to numerical diffusion



## Sensitivity to numerical diffusion

As the numerical diffusion is stronger, convective cells are shifted to more downstream side, i.e. convection initiation is delayed compared to smaller diffusion. ASUCA behaves like a model with stronger diffusion, i.e. the initiation is delayed.



## 対流発生と高周波成分

- 対流の発生は、数値拡散の大きさ、すなわち高周波成分に強く依存。
- すなわち、解像できるスケールより小さい現象に依存している。
- 本来は解像できないスケールの高周波成分に依存するのではなく、高周波成分はできるだけ取り除いた上で、それより小さなスケールはパラメタライズすべき。
  - LES はフィルター関数で解像するスケールをきちんと決めて、そのスケール以下をパラメタライズしようとしている。

## 現状の特性の理解

- 対流発生の遅れ
  - 対流イニシエーションのための強制上昇の表現が十分ではない。
- 過大な対流活動・降水、過少な弱い降水
  - 乾燥空気を取り込むエントレインメントの表現の不足
  - 対流の発生が遅れるため、CAPE は解放されずに蓄積。それが短時間に運動エネルギーに変換
  - 本来はもっとゆっくり不安定が解消され、その過程で弱い降水が生じるが、急速に解消されるため、弱い降水が少なくなる。