

原始惑星系星雲のロスビー波
Rossby Waves
in Protoplanetary Nebula

高橋 和人

TAKAHASHI, Kazuto

2001/01/31

目次

第1章	イントロダクション	1
第2章	惑星球殻と星雲円盤における流体の特性の比較	3
2.1	標準円盤星雲	3
2.2	惑星球殻と星雲円盤の系の比較	5
第3章	ロスビー波の導出	7
3.1	絶対渦度保存則より	7
3.2	慣性系の運動方程式より	10
第4章	星雲系における乱流の発生とその効果	17
4.1	ラインズ効果	19
4.2	平行流と乱流の成長	22
4.3	平行流と乱流における集積	23

概要

大気海洋におけるロスビー波を議論する手法を原始惑星系星雲に応用する. 惑星系と星雲系の類似性を比較検討する. 線形化を用いて分散関係を導出する. 星雲ロスビー波は, 半径方向にゆっくりと増幅し, 方位角方向に自由に伝播することがわかる.

Rhines mechanism によって乱渦がロスビー波や平行流に逆遷移することを議論する. 乱渦は寿命の長い渦を形成し, 固体物体を効果的に集積することを推測する.

キーワード: 惑星形成論, 太陽系, 集積.

第1章 イントロダクション

近年, 原始惑星系星雲の進化に関する, 質量, 角運動量, エネルギーの輸送における流体波動とその不安定性の役割についての研究が進んでいる (Adams and Lin 1993, Balbus and Hawley 1998, Lin and Papaloizou 1996, Papaloizou and Lin 1995). これらを研究することは, 原始惑星系星雲の起源, 成長過程を記述することに繋がる. 一方で, 地球や木星型惑星などの惑星大気では, 大規模場の気象現象を記述する必要性から, 回転成層流体における種々の研究が数多くなされている. なかでも大規模気象現象を記述する際に重要なもののひとつとして, 惑星ロスビー波があげられる. 原始惑星系円盤は, 惑星上の大気海洋における浅水系と非常に似通った特徴を持っている (例えば, 高いレイノルズ数, 低いロスビー数, β パラメータが 0 ではない, 縦横比が小さい; つまり薄い流体である). ロスビー波が原始惑星系星雲内において惑星大気同様に重要な意味を持つであろうと考えられる. 大気海洋においてロスビー波を解析する手法を星雲円盤に応用することで, 原始惑星系星雲におけるロスビー波の果たす役割について議論する.

この論文では, 惑星大気 (例えば, 地球, 木星, 土星, 天王星, 海王星) と標準的星雲円盤の間の形状や重要な流体パラメータを比較して, 二つの系が非常によく似た系である事を示す. 惑星大気の例に従い, 絶対渦度保存則から近似的に星雲内にロスビー波が存在することを示し, 近似的な分散関係を導出する. 薄い円盤について慣性系における運動方程式の自己重力を無視したものから, より厳密な分散関係を導出する. 低周波数域の不安定性は Papaloizou and Pringle (1985), Lovelace et al. (1999) らが研究している. ここでは低周波数域における星雲ロスビー波の角運動量を輸送する役割について議論する.

Rhines 1975, 1994; Fedutenko 1995; Maltrud and Vallis 1991, 1993; Williams 1978, 1979 a, b, 1984, 1996; Vallis and Maltrud 1993 らの惑星大気におけるロスビー波の乱渦の研究を参考に, 小規模場での乱流の運動量がより大規模の平行流へと移動し, 星雲ロスビー波を駆動する (Rhines 逆遷移) ことについて考察する. 巨大ガス惑星で観測されているような平行流が形成され, その縞状に並んでいるジェット流の速度シアが時間スケールの長い, 負の相対渦度を持つ渦を形成し, 維持するであろうことを推測する. 乱流の存在は, 星雲中をただよっている固体, 微惑星の集積に影響を及ぼすことが予想されている (Barge and Sommeria 1995, Adams and

Watkins 1995, Tanga et al. 1996). 最後に, 星雲内におけるガス惑星大気のような縞状ジェット流構造は, 固体をより効果的に集積するメカニズムをもたらす. これは標準的な重力不安定による空気力学的集積のメカニズムよりも 10 倍以上すばやいものである. (Adachi et al. 1976, Cuzzi et al. 1993, Weidenschilling and Cuzzi 1993, Kary et al. 1993)

この議論を通して, 既に十分研究が進んでいる大規模気象現象についての数多くの論文が原始惑星系星雲の研究に非常に役に立つことを述べたい.

第2章 惑星球殻と星雲円盤における 流体の特性の比較

2.1 標準円盤星雲

これから議論する原始惑星系星雲は, Cameron(1985), Mortiff and Wood (1989) に示されている第二ステージ, 及び第三ステージの状態を想定する (図1参照). これは, 星雲の中央の回転軸の位置にある巨大質量 M_{\odot} (例えば原始恒星) にとらえられた, 質量比で約1%のダスト, もしくは微惑星を含んだ巨大なガス円盤の段階である. この段階では原始星雲は岩石主体の塵もしくは微惑星の集まった円盤が, 水素やヘリウムなどのガスの円盤に上下からはさまれているような状態である. 原始恒星は, ガス円盤の部分の質量 m_d よりも重いので, 円盤自身の重力は微小量として無視することができる. これは, Mortiff and Wood (1989), Adams and Lin (1993), Bechwith (1994), Lissauer (1993) より,

$$m_d \leq 0.2M_{\odot}$$

の時に成り立つ. 円盤の中で惑星が形成される領域は, 半径 100 AU の範囲に及ぶ. ガス円盤の温度は, 星雲中央から $r \sim 0.1$ AU の地点において 1000 K から, $r \sim 100$ AU において 20 K に渡っていて,

$$T \propto r^{-a}, \quad a \sim \frac{1}{2}$$

と表すことができる. 星雲を構成するガスの圧力は, 比較的高圧な中心付近でも 1 atm よりも十分小さいと考えられる. 星雲ガス円盤の面密度 σ は,

$$\sigma \propto r^{-b}, \quad b \sim \frac{3}{2}$$

と表すことができる. ガス円盤の厚さ H は, 円盤の半径の 10^1 - 10^2 倍であるとし, 円盤自身の質量による z 方向の重力について静水圧平衡の状態にあるとし, 圧力勾配は円盤に垂直な方向を向いている. 流体特性として順圧, 非圧縮, 粘性は低く, レイノルズ数は大きい. この為に生じる乱流はランダムに星雲内に広がっている, とす

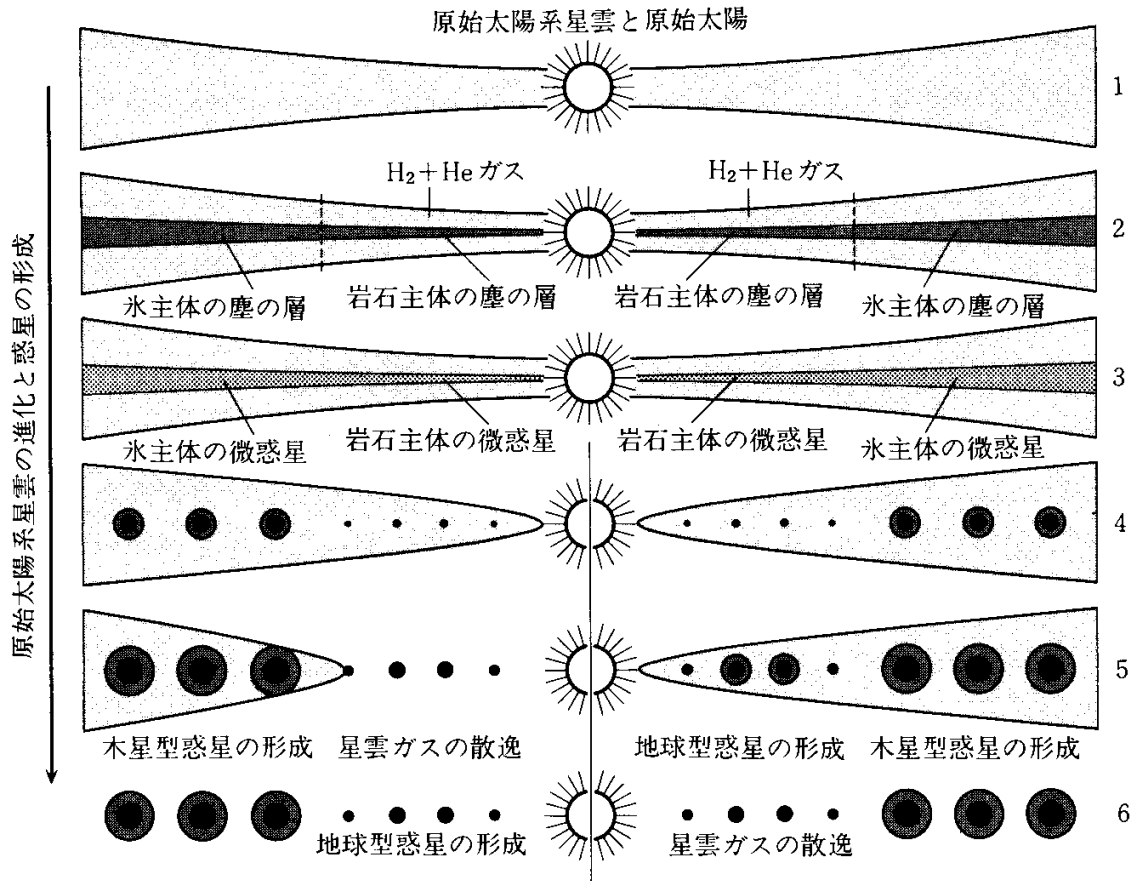


図 5.10 原始太陽系星雲の進化の概念図. 上から順に, (1)受動的円盤になった直後の太陽系星雲, (2)塵の沈殿, (3)塵層の分裂による微惑星の形成, (4)~(6)惑星集積. 下の 2 段は地球型惑星が星雲ガス散逸後に形成されるモデル(左)と, 地球型惑星が星雲ガス中で形成されるモデル(右)に分けて示してある.

図 1: 原始惑星系星雲の進化の概要図.

る (Cabot et al. 1987a,b, 1990; Cabot 1996). 乱流の状態は未だ立証されていないが, マッハ数は小さいとできる.

$$\alpha \simeq 10^{-2}-10^{-4}$$

よって, 速度の非発散, つまり非圧縮的であるとするは妥当であると言える. 円盤の寿命は 100 万年のオーダーであるとする (Podosek and Cassen 1994, Protostars and Planets III).

2.2 惑星球殻と星雲円盤の系の比較

惑星系球殻と星雲系円盤の座標系はそれぞれ次のように取る. 座標 (x, y, z) は順に, 球殻上では東, 北, 鉛直方向, 円盤上では半径方向, 方位角方向, 回転軸方向とする. また, 円筒座標系 (r, θ, z) は, 円盤における慣性座標系ではそれぞれ (x, y, z) に対応する. また, いずれの座標系においても, (u, v, w) は (x, y, z) , または (r, θ, z) にそれぞれ対応しており, \mathbf{u} は速度ベクトルを表す.

それぞれの系において, 流体は縦横比の小さい, 薄い流体であると考えられる. 双方とも, 水平方向に対する鉛直方向の長さスケールの比 ($\delta \equiv D/L$) が小さいとできるためである.

$$\begin{aligned} \delta_{geo} &= \frac{D}{L} \sim \frac{10^4 \text{ m}}{10^7 \text{ m}} = 10^{-3}, \\ \delta_{neb} &= \frac{D}{L} \sim 10^{-1}-10^{-2} \end{aligned}$$

二つの系の間にある違いは, まず本質的に, 形が違う. この為, いくつかの力学パラメータにも違いが現れる. 角速度, 重力, コリオリパラメータ f , ベータパラメータ β がそれにあたる. 惑星系においては, 角速度 Ω は $2\pi/(\text{一日の自転周期})$ で一定, 重力加速度 \mathbf{g} は一様で鉛直下向きである. 一方星雲系では, 力学のつりあいの式より,

$$\begin{aligned} mg &= \frac{GM_{\odot}m}{r^2}, \\ g &= \frac{GM_{\odot}}{r^2}, \end{aligned}$$

重力は半径方向の内側を向いており, r 及び z に依存して変化する. また,

$$\begin{aligned} mg &= mr\Omega^2 \\ \Omega &= \frac{g}{r} = \sqrt{GM_{\odot}} r^{-\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

であり, これを用いて重力加速度の z 方向成分は $z \ll r$ であることから,

$$\begin{aligned} g_z &= g \sin \varphi = r\Omega^2 \frac{z}{\sqrt{r^2 + z^2}} \\ &\simeq r\Omega^2 \frac{z}{r} = \Omega^2 z. \end{aligned}$$

ここで φ は着目する位置の中心平面からの仰角である. 惑星系におけるコリオリパラメータは惑星の回転による渦度を表しており, 緯度によって変化する.

$$f_{geo} = 2\Omega \sin \theta$$

一方星雲系では半径に依存する.

$$f_{neb} = \frac{1}{2} \sqrt{GM_\odot} r^{-\frac{3}{2}}$$

このことから, コリオリパラメータの空間変化, すなわちベータパラメータは二つの系では全く異なったものになることが判る.

$$\begin{aligned} \beta_{geo} &\equiv \frac{df}{dx} = \frac{2\Omega \cos \theta}{r_e} \\ \beta_{neb} &\equiv \frac{df}{dr} = -\frac{3}{4} \sqrt{GM_\odot} r^{-\frac{5}{2}}. \end{aligned}$$

r_e は惑星の半径.

以上のように, 惑星系と星雲系の流体の特性は似ていると言える. 基本的な特性に類似点があれば, 流体の振る舞いについても類似性を見出せるだろうと予想できる. また, 双方とも薄い流体で, ほぼ粘性が無く, 順圧で, 非圧縮的で, ロスビー数の小さい流体であるとしたことから, 本質的に二次元的に振る舞う. すなわち, 二つの系は近似的にテイラー-プラウドマンの定理に従う.

$$(2\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla)\mathbf{u} = 0$$

つまり, 流体要素を柱上要素として扱え, 鉛直方向の運動は水平方向に比べて無視できる. また, 半径方向及び方位角方向の擾乱の波長も, 鉛直方向の波長に比べて長いと言える. さらにこのことから, 二つの系は第一近似的に地衡流を形成する. つまり, 流れは圧力傾度力とコリオリ力がほぼつりあった状態で運動する. 星雲内での地衡流の様子は Cabot (1996) の数値実験で研究されている.

第3章 ロスビー波の導出

3.1 絶対渦度保存則より

ロスビー波とは、純粋な地衡流からの偏差である。このため、純粋な地衡流の方程式からではロスビー波の解は得られない (Pedlosky 1987)。絶対渦度保存則を考える。流体の渦度 ω は流体の速度のローテーションで定義される。

$$\omega \equiv \nabla \times \mathbf{u}$$

先に述べたとおり、星雲系では流体の運動は二次元的である。このことから、流体の渦度は円盤に垂直な方向のみ値を持つ。よって渦度についてベクトル表記は省略できる。流体要素の絶対渦度 ω_{abs} は、回転系の上で測定される相対渦度 ζ と、系自体の回転による渦度、即ちコリオリパラメータ f の二つの項を持つ。即ち、

$$\omega_{abs} = \zeta + f \quad (1)$$

惑星系にしても星雲系にしても、これらの流体は非粘性、順圧、非圧縮、二次元的に振る舞うので、各々の要素で絶対渦度は保存される。

$$\frac{d\omega_{abs}}{dt} \equiv \frac{\partial\omega_{abs}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla\omega_{abs} = 0. \quad (2)$$

ロスビー波は、コリオリパラメータが空間的に変化する系で起きる、絶対渦度を保存しながら伝播して行く波のことである。絶対渦度が保存されるとき、コリオリパラメータの定値線上から離れる様に移動する流体要素(今の場合、柱状の要素)の変位は要素の相対渦度の変化をもたらす、結果水平方向の復元力によりコリオリパラメータの定値線を再び乗り越え、線の反対側へと移動する。この周期的な水平運動が、ロスビー波である。この様子は、ある固定した半径の位置での方位角方向に連なった鎖状の流体要素を考えることで説明できる (Holton(1979), 及び図2を参照)。初期条件の時間 t_0 の時に流体要素の輪は f の定値線—原始恒星を中心とする円—と一致しているとする。この時の絶対渦度はすべてコリオリパラメータ $f(t_0)$ で占められ、相対渦度ははじめはゼロである ($\zeta(t_0) = 0$)。少し時間が過ぎて t_1 になった時、流体の鎖はサインカーブ状に微小な δr だけ半径方向に変位したとする。半

径方向の変位がわかれば, コリオリパラメータの変化は $\delta f = \frac{\partial f}{\partial r} \delta r \equiv \beta \delta r$ と表わせる. 絶対渦度が保存される事から, t_1 での相対渦度を,

$$\begin{aligned} \omega_{abs}(t_0) &= \omega_{abs}(t_1) = \zeta(t_0) + f(t_0) = \zeta(t_1) + f(t_1), \\ \zeta(t_1) &= f(t_0) - f(t_1) = -\beta \delta r = \frac{3}{4} \sqrt{GM_\odot} r^{-5/2} \delta r. \end{aligned} \quad (3)$$

と書ける.

半径方向への変位の運動に対する効果を考える. 変位によって生じた相対渦度 $\zeta(t_1)$ は円盤の外側に変位した時に正の値を取り, 内側の時に負になる. 図 2 に土記号と曲がった矢印で示す. 全体では, 一繋ぎの流体要素の左回り, 右回りの運動は流体を r 方向について移動した方向とは逆方向に移流させる. この水平運動がロスビー波である.

β を一定とできる程度の微小な半径方向の変位では, 渦度保存則, 式 (2) を線形化することで近似的な星雲ロスビー波の分散関係を求めることができる. 式 (2) に式 (1) を代入, 水平成分のみを考えると,

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} \right) \zeta + u\beta = 0. \quad (4)$$

速度成分を方位角方向の平均流と微小な変動成分に分け ($v = \bar{v} + v'$, $u = u'$, $\zeta = \zeta'$), 変動成分に関する流線関数を定義する ($v' = \frac{\partial \psi}{\partial x}$, $x' = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$). よって, $\zeta' = \nabla^2 \psi$ である. 以上より式 (4) を線形化すると,

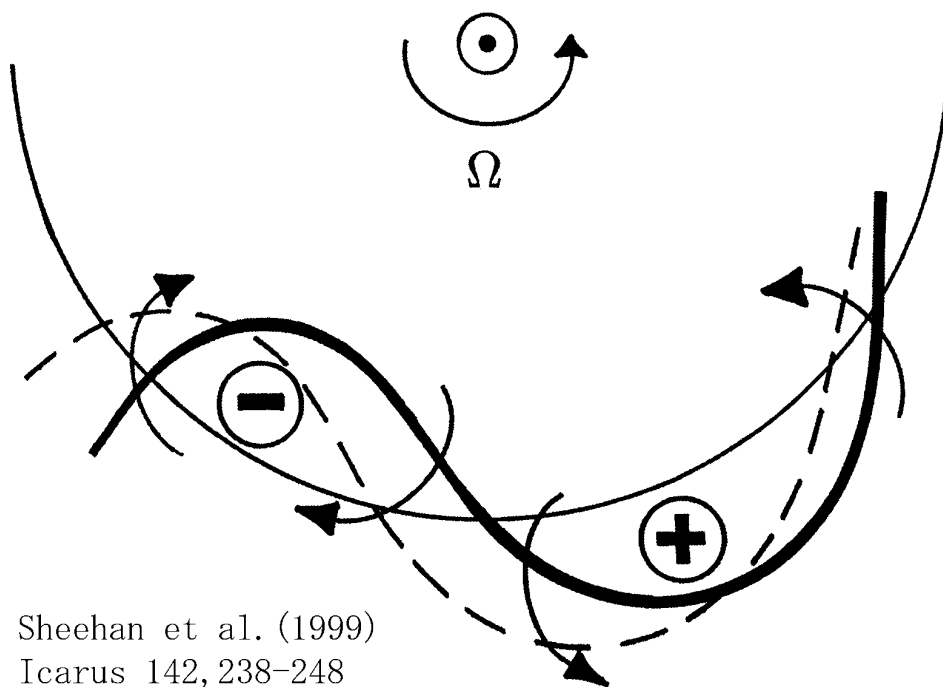
$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} \right) \nabla^2 \psi - \beta \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0. \quad (5)$$

流線関数 ψ についての波動解を考える. すなわち,

$$\psi = \text{Re}(Ae^{i\gamma}) \quad , \quad \gamma = k_x x + k_y y - \nu t$$

とおく. k_x 及び k_y はそれぞれ方位角方向, 半径方向の波数, ν は, 星雲ロスビー波の周波数である. ψ を式 (5) に代入し, 非線形項を無視して ν について解くと, 星雲ロスビー波についての近似的な分散関係を得ることができる.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\nabla^2 \psi) + \bar{v} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla^2 \psi) - \beta \frac{\partial \psi}{\partial y} &= 0, \\ \nu &= \bar{v} k_y - \frac{\beta k_y}{k_x^2 + k_y^2} \simeq \bar{v} k_y - \frac{\sqrt{GM_\odot} k_y}{k_x^2 + k_y^2} r^{-5/2} \\ &= \bar{v} k_y - \frac{k_y}{k_x^2 + k_y^2} \frac{\Omega}{r} \end{aligned} \quad (6)$$



Sheehan et al. (1999)
Icarus 142, 238-248

図 2: コリオリパラメータの定値線 (半円) からの変移による星雲ロスビー波励起の図. 太線は定値線から離れた一繋がりの流体要素. 矢印は変位によって生じた相対渦度による移流の様子. 破線は移流した後の流体要素. ロスビー波の伝播は, 流体要素の初期状態もしくは最終状態から推測される.(Holton 1979)

この式は厳密に求めたものではないものの、星雲ロスビー波の振る舞いをよく表している。 y 方向の位相速度から平均流速を引いたものは簡単な形で表せる。

$$v_{\phi y} - \bar{v} = -\frac{\beta}{k_x^2 + k_y^2} \simeq -\frac{\beta}{k^2} = -\frac{\sqrt{GM_\odot}}{k_x^2 + k_y^2} r^{-5/2} \quad (7)$$

ここで、 $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ は、全体の波数である。惑星大気では、ロスビー波は平行流の進む方向とは逆向き（西向き）に、一般的に秒速数メートルで流れる。星雲内の場合には、恒星質量を中心の重力源として、最も低いモード（ $\lambda \sim 1$ AU）における方位角方向の位相速度は、半径が地球の位置（つまり、 $r \sim 1$ AU）では $v_\phi \simeq 300$ m/s となる。

半径方向の位相速度 $v_{\phi x} = v/k_x$ は、

$$v_{\phi x} = \frac{k_y}{k_x} \bar{v} - \frac{k_y \beta}{k_x k^2} = \left(\bar{v} - \frac{\beta}{k^2} \right) \cot \varphi \quad (8)$$

ここで φ は方位角方向に対する波の進行方向の角度である。

以上より、以下のようなことがわかる。

- 星雲ロスビー波の分散関係は、惑星上のものと β を含む項を除いておおよそ同じ形をしている。(Pedlosky 1987, Holton 1979)
- 惑星ロスビー波と同様、位相速度が最大の、最も低いモードで星雲ロスビー波は分散する。
- 周波数及び位相速度は半径が外側へ行くにつれて減少する。
- 星雲ロスビー波は平行流とは逆の方向に伝播する。

3.2 慣性系の運動方程式より

より直観性を排除し、厳密に星雲ロスビー波の分散関係を導出するには、先ほどは考えなかった圧縮性、及び温度と密度の半径方向の変化を組み込み、星雲円盤について慣性系における運動方程式と連続の式に線形化を行う。自己重力を無視した二次元ガス円盤が、微小変動によって基底周波数を持って振動しているとする。速度ベクトルは、半径方向に変化する回転速度（平均流成分）と微小変動成分に分けることができる。

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} 0 \\ r\Omega(r) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

これを円筒座標慣性系の運動方程式¹に代入すると,

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \left(\Omega + \frac{v}{r}\right) \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{(r\Omega + v)^2}{r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} &= 0, \\ \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial(r\Omega + v)}{\partial r} + \left(\Omega + \frac{v}{r}\right) \frac{\partial(r\Omega + v)}{\partial \theta} + u \left(\Omega + \frac{v}{r}\right) + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} &= 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \Omega \frac{\partial u}{\partial \theta} - 2\Omega v + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \Omega \frac{\partial v}{\partial \theta} + 2\Omega u + r u \frac{\partial \Omega}{\partial r} + \frac{1}{r\rho} \frac{\partial p}{\partial \theta} = 0 \quad (10)$$

過去の星雲波と不安定性についての研究とは異なり (Adams et al. 1989, Lin and Lau 1979, Papaloizou and Savonije 1991) ここでは自己重力を考えていないので, 流体の運動は圧力と慣性項の相互作用のみで決定する. 原始惑星系星雲は圧縮的で, 座標位置によって決まる音速を持った順圧流体であると近似できる. 圧縮性流体での一般的な解法は, 一般圧力を定義することで密度と圧力を一つにまとめる方法で求める. 音速が定数である ($c = c_0$) とすると, 一般圧力は,

$$P = \int \frac{dp}{\rho} = \int \frac{dp}{d\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \int c^2 \frac{d\rho}{\rho} = c_0^2 \log \rho \quad (11)$$

実際は星雲内の音速は半径方向に変化するが, 第ゼロ近似的には音速は定数として扱える. その為, $\nabla p / \rho = \nabla P$ と表わせるので式 (9), 式 (10) を簡単にできる. 一般圧力を平均成分と変動成分に分けると,

$$\begin{aligned} P &= P_0 + P' = c_0^2 \log(\rho_0 + \rho') \\ &= c_0^2 \log \rho_0 + c_0^2 \log \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_0}\right) \simeq c_0^2 \left(\log \rho_0 + \frac{\rho'}{\rho_0}\right) \end{aligned} \quad (12)$$

最終的に, 圧縮性流体の連続の式を線形化すると,

$$\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \frac{\Omega}{\rho_0} \frac{\partial \rho'}{\partial \theta} + \left(1 + \frac{r}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr}\right) \frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0 \quad (13)$$

式 (9), 式 (10), の運動方程式二つ, 式 (13) の連続の式, 計三つの方程式は, 自己重力を無視した薄い星雲円盤の微小な運動を支配する. これを以下のように書き換える.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \Omega \frac{\partial u}{\partial \theta} - 2\Omega v + c^2 \frac{\partial s}{\partial r} = 0 \quad (14)$$

¹

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \frac{\nabla p}{\rho} = 0 \quad (\text{Pedlosky (1987) より.})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \Omega \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\kappa^2}{2\Omega} u + \frac{c^2}{r} \frac{\partial s}{\partial \theta} = 0 \quad (15)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \Omega \frac{\partial s}{\partial \theta} - Q \frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0 \quad (16)$$

ここで, $s = \rho'/\rho_0$, κ はエピサイクリック周波数, Q は平均流パラメータと言う.

$$\kappa^2 = 2\Omega \left(2\Omega + r \frac{d\Omega}{dr} \right) = \frac{1}{r^3} \frac{d(r^2\Omega)^2}{dr} \quad (17)$$

$$Q = 1 + \frac{r}{\rho_0} \frac{d\rho_0}{dr} = 1 + \frac{d \log \rho_0}{d \log r} \quad (18)$$

ケプラー円盤では, $\kappa = \Omega$ である. Q は密度が半径のべき乗で表わせる時には一定である. この仮定は星雲モデルでは一般的なものである. Q は 1 のオーダーであるが, その特定の値は半径 - 温度, および半径 - 面密度の関数のかたちに依存する. 面密度および温度の標準的なべき乗法則は, Cuzzi et al.(1993) によると,

$$\sigma(r) = \sigma_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{-p}, \quad 0 < p < \frac{5}{3}$$

$$T(r) = T_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{-q}, \quad 0 < q < \frac{3}{4}$$

ここで σ_i, T_i は基準となる半径 r_i での面密度及び温度である. また, 円盤の鉛直方向のスケールハイトが,

$$H = \frac{c}{\Omega} = H_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{\frac{3-q}{2}}$$

であることから体積密度は,

$$\rho_0 = \frac{\sigma}{2H} = \rho_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{-\frac{2p-q+3}{2}} = \rho_i \left(\frac{r}{r_i} \right)^{-\aleph}, \quad \frac{9}{8} < \aleph < \frac{19}{6}$$

以上より, Q の範囲は

$$-\frac{13}{6} < Q < -\frac{1}{8}$$

p, q についてよく用いられる値を仮定すると ($p = \frac{3}{2}, q = \frac{1}{2}$), Q は以下のような値を取る.

$$Q = -\frac{7}{4} \simeq -2$$

式(14) - 式(16)は, Lin and Lau(1979)が銀河のスパイラル波について研究したもの, Adams et al.(1989)が自己重力を無視した原始惑星系星雲について研究したものと同一結果である. また, これまでは高周波数域に注目されていたが, 過去の研究とは異なり我々は低周波の波に注目する. つまり, ケプラー周期よりも周期の長い波を扱う.

これまで大気現象についての論文では、波長を短く近似して分散関係を求めている。詳細な導出は Hunter(1983) の論文にある。大気についての分散関係で自己重力を無視したものは、

$$\gamma^2 = \kappa^2 \nu^2 = (\omega - m\Omega)^2 = \kappa^2 + c^2 \left(\frac{m^2}{r^2} + k^2 \right) \quad (19)$$

ここで、 ν は方位角方向に m 番目のモードについての無次元化したドップラーシフト周波数。 k は半径方向の波数である。半径方向の波数に比べて方位角方向の波数 m/r が十分大きいとき、つまり星雲の“うずまき”の幅が十分広い場合、大きさが同じで符号が逆の二つのモードの周波数があり、これは m の二乗に比例して大きくなる。これは浅水系におけるポアンカレ波と対応する (Pedlosky 1987)。浅水系では、ロスビー波は連続の式に速度をかけた項に見られる。いわゆる β 項は長い時間スケールにおける振動源の役割を果たす。星雲の方程式では、これは Q を含む項に対応する。

式 (14)–式 (16) を低周波数について検討する。一般的な分散関係は近似的に局所平面波の形で得られる²。

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U \\ V \\ S \end{pmatrix} e^{i(kr+m\theta-\omega t)}$$

ここで U, V, S は複素数の振幅である。 γ をドップラーシフトした m 番目のモードの周波数とすると、複素数振幅についての等方行列方程式は

$$\begin{pmatrix} -i\gamma & -2\Omega & ic^2k \\ \frac{\kappa^2}{2\Omega} & -i\gamma & \frac{ic^2m}{r} \\ \frac{Q}{r} & \frac{im}{r} & -i\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U \\ V \\ S \end{pmatrix} = 0 \quad (20)$$

行列の係数は r についてゆっくりと変化する事ができ、凍結していると見なせる。半径方向に比べて方位角方向の波が支配的なので、平面波近似はこの論文の目的にかなっていると言える。また連続の式の中の半径方向の波数 k は Q/r に比べて小さいとする。平面波の自明でない解 ($U, V, S \neq 0$) について、行列式がゼロになるようにすると、 γ についての方程式に書き換えることができる。

$$\gamma^3 - \left(\frac{c^2 m^2}{r^2} + \kappa^2 - \frac{ic^2 k Q}{r} \right) \gamma - \left(\frac{2c^2 m Q \Omega}{r^2} - \frac{ic^2 m k \kappa^2}{2r\Omega} \right) = 0 \quad (21)$$

低周波数域では $\gamma^3 \sim 0$ なので、

$$\gamma = - \frac{2c^2 m Q \Omega / r^2 - ic^2 m k \kappa^2 / 2r\Omega}{c^2 m^2 / r^2 + \kappa^2 - ic^2 k Q / r} \quad (22)$$

²WKB 近似と言う。

残りの二根は γ が大きいとき, 式 (21) の左辺第三項目をゼロとして,

$$\gamma = \pm \sqrt{c^2 m^2 / r^2 + \kappa^2 - ic^2 k Q / r} \quad (23)$$

式 (21) と式 (22) の物理的意味は, 各々のパラメータに星雲系に適当な値を代入することで明らかになる. $Q = -2, \kappa = \Omega, c \simeq \Omega H \simeq 0.1 \Omega r$ とする. これらの値を代入すると, 式 (22) は kr についてのべき関数の形に展開される.

$$\gamma = -\frac{0.02mQ}{1+0.01m^2}\Omega + ikr\Omega \frac{5 \times 10^{-3}m(1+0.01m^2-0.04Q^2)}{(1+0.01m^2)^2} \quad (24)$$

この展開は, 振幅が変化しない方位角方向のモードと, 半径方向にゆっくりと振幅が成長する様なモードによって波動が支配されている事を示している. 波が $e^{-i\gamma t}$ の形で振る舞うことを思い出してほしい. 長波長のモードでは ($krm \sim 1$), 半径方向の線形の成長時間は力学周期の 10^3 倍のオーダーである. 半径の成長率は少しだけ Q に依存している.

上で見積もったとおり, Q は負の値に限られている. このとき星雲ロスビー波は正方向に伝播する. この結果は, 惑星大気での伝統的な導出による, 速度場とは逆方向に伝播するという予想と矛盾する. この相違は, 星雲が一様な密度を持つ様に見なした先のモデルでの仮定に端を発している. 一方, 我々はより厳密に密度がべき級数で与えられるとしている ($\rho_0 = \rho_i (r/r_i)^{-(2p-q+3)/2}$). 式 (18) より, ρ_0 を一定とすると $Q = 1$ となり, 逆方向の伝播を得る事ができる.

式 (22) の半径方向の波数, k を含む項を無視すると, $Q = -2$ の時の星雲ロスビー波の方位角方向周波数は,

$$\gamma = \frac{-2Qm\Omega}{m^2 + \kappa^2 r^2 / c^2} = \frac{4m\Omega}{m^2 + 1/\chi^2} \quad (25)$$

ここで, RHS から遠いとき, 先の薄い円盤の近似を用いている ($c \simeq H\Omega, H = \chi r, \chi \ll 1$). モード数が小さいとき ($m \ll r/H$), $\gamma \simeq 4\chi^2 m\Omega \ll \Omega$ となり, 星雲ロスビー波の周波数が軌道周波数より十分小さいこと, 最大位相速度がケプラー軌道速度よりも十分小さいこと ($v_\phi \simeq \chi^2 v_k \ll v_k$) を確かめられる. 式 (25) は式 (7) と対応する.

高周波数域では, 式 (23) の分散関係を一次のオーダーで近似して,

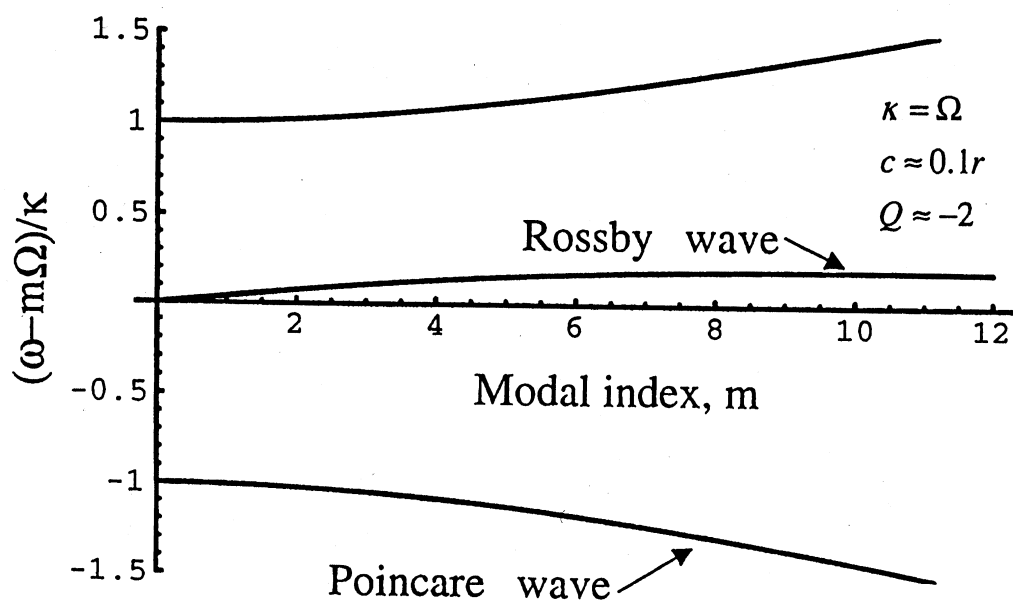
$$\begin{aligned} \gamma &= \pm \sqrt{1 + 0.01m^2} \Omega \mp ikr\Omega \frac{5 \times 10^{-3}Q}{\sqrt{1 + 0.01m^2}} \\ &\simeq \pm 1 \mp 5 \times 10^{-3}Q(ikr) \end{aligned} \quad (26)$$

これらの方程式は Hunter (1983) が議論した分散関係と密接に関係がある. 実際, Hunter が議論した分散関係は, 式 (26) から kr を除いた物である. 彼の論文では, 圧

縮的な星雲内の流れを支配する方程式は $kr \gg 1$ の極限に近似され, 自己重力が組みこまれている. 高波数極限では, 正負二方向の周波数は同じ大きさで伝播する. しかし, 式 (26) の低波数域の展開では正の周波数は少しずつ増幅し, 負の周波数は少しずつ減少して行く. これは星雲ロスビー波がゆっくりと成長することを示し, 式 (26) の上側の符号がこれを表している. これらはちょうど, 低周波数の波を浅水系におけるロスビー波, 高周波数の波をポアンカレ波と対応づけることができる.

図 3 に $kr = 0$ の時のモード数 m に対する, ドップラーシフト周波数とケプラー周波数の比のプロットを示す. 高周波数の波は星雲ポアンカレ波モード, 低周波数の波が星雲ロスビー波をあらわしている. 星雲ロスビー波の周波数は, モードがおよそ 10 の時に最大値を取っており, 一方ポアンカレ波は浅水系の場合と同様単調増加をしている. ポアンカレモードが星雲の回転周波数に近く, ロスビーモードはそれに比べて十分小さいことに注目である.

質量, エネルギー, 角運動量の輸送に関するロスビー波の役割は, 今の議論の範囲の外である. 上記の議論は線形解のみを扱ったので, 線形のオーダーを越えるエネルギー輸送について明記していない. よって, 星雲ロスビー波の半径方向の成長及び拡散についての詳細は確かめられていない. 星雲ロスビー波の非線形解析は後の研究に譲る.



Sheehan et al. (1999) Icarus 142, 238-248

図 3: 方位角モードの周波数 ($kr = 0$) と星雲ロスビー波のモード数のプロット. 二つのポアンカレモードはケプラー周波数と同程度であるが, 星雲ロスビー波の周波数はそれらに比べてとても小さい.

第4章 星雲系における乱流の発生とその効果

ロスビー波は、標準星雲モデルでは成長すると考えられる。波動を線形的に扱える条件は、微小変動であった。すなわち絶対温度を保存する流体パーセルがコリオリパラメータ f の定値線を越える際の微小な変位、純粋な地衡流からの偏差がロスビー波をもたらす。この条件は線形的な振る舞いを論じるには容易である。しかしロスビー波は地衡乱流による非線形性を伴っているため、十分ではない。複雑系過程の議論は、Pedlosky (1987), James (1994) でなされており、これらを参考にする。大気海洋では、ロスビー波やジェット流と乱渦のような大規模場と密接する構造への地衡乱流の発達、質量、エネルギー、運動量の惑星規模の輸送をもたらす。惑星ロスビー波を扱った論文と同様の幅と深さを与え、惑星系と同じように物理的に対応させてやると、星雲に適用できる惑星ロスビー波の重要な特徴も星雲系に現れるであろうと想像できる。

星雲内の乱流の発生は証明されきっていないが、全く否定されてもいない。円盤部分の重力が考慮される星雲発生初期には、重力不安定が支配的である (Adams et al. 1989; Lin and Papaloizou 1986, 1993; Papaloizou and Lin 1989; Papaloizou and Savonije 1991)。一方、のちの段階になると、円盤が薄くなり、その他の効果が重要になってくる。

- (1) 円盤に垂直な方向の断熱勾配を越える事による熱対流 (Lin and Papaloizou 1981)
- (2) ケプラーシアによる有限変動 (Dubrulle 1993), しかしこれは Balbus et al. (1996) によって疑問視されている。
- (3) イオン化した星雲の成分が原始太陽の磁場と結合することによる MHD 不安定 (Balbus and Hawley 1991, Hawley and Balbus 1991, Agapitou et al. 1997)
- (4) 質量落下現象 (Prinn 1990)
- (5) 固体の濃密なケプラー円盤と、その上下にあるケプラー速度よりも速度の遅いガスとの接触面で起きる剪断流 (Cuzzi et al. 1993)

- (6) 離心的なケプラー運動をしている微惑星によってガス惑星が f 定値線を越えて離心的に動かされること, またはガスをかき分けて進む際にできる衝撃波 (Miki 1982)

二次元の乱流と本来の三次元の乱流には本質的な違いがある事に注意する. 三次元の乱流は, 大規模場からすべて熱として散逸するような小規模場へと渦回転周期¹の数倍程度の短い時間で急速に衰える. 一方, 回転する二次元乱流は結合し, 運動エネルギーを小規模から大規模場へ移動させる傾向にあり, 大きな渦は長命である (Dubrulle and Nazarenko 1997, Maltrud and Vallis 1993, Nezlin 1994). 数値実験がこの説を支持している (Hide et al. 1994, Greenspan 1969, Solomon et al. 1993, Basin and Read 1997). この現象は一般には上記の様に支持を得ているが, 実際の乱流発生のメカニズムには議論の余地が残っている. 我々はここで Rhines (1975) のモデルを採用する. このモデルでは, 広帯域の乱流がロスビー波及び大規模場の平行流へと集合できる. 地球では惑星ロスビー波及びジェット気流, 木星型惑星では高速帯流として見られる. 同様にして星雲の平行流も成長する. これは, 集まったガスが固体を引き寄せる際に微惑星の集積に影響を与える. また, ジェット間の速度シアはガス惑星に見られる負の渦度を持つ渦の発生と維持に都合のよい環境を提供する.

驚くべきことに, Cabot (1996) は, 我々が仮定したものよりも現実的な条件の薄い円盤の数値実験で, 三次元乱流の本質的な二次元平行流への発展を発見している. Cabot は, 三次元のケプラーシアを持つ理想的な円盤の圧縮性流体が熱対流をし, 線形的な鉛直重力と熱源があるような場合を研究した. 彼は対流構造が方位角方向に薄く重なってケプラー回転するとき, 三次元流を効果的に二次元に引き落とすことを発見した. 二次元の帯構造は長命である. 彼は特に「運動エネルギーの小規模場から大規模場への逆流」に注目している. Rhines メカニズムと同様の縞状平行流が Cabot (1996) の図 3b に示されている. (この図の平均流速は鉛直方向や半径方向の速度に比べて十分大きい訳ではないので, 我々はジェット流とは見ない.) 平行流は中央平面での音速の 20% にも達しているが, 巨大ガス惑星の平行風との類似性は備えている. 平行流の間には速度シアが集まっている. このシミュレーションは示唆に富んでいるが, Cabot はこの結果をより確かなものにする為に, より現実に近い十分レイノルズ数の高い状態でのシミュレーションが必要であると言っている. Cabot (1996) のシミュレーションは強制的に対流させて乱流を起こした条件に限られている. また, これらの流れ構造の定義の中でどんな境界条件が影響しているかが定かではない.

Stone and Balbus (1996) は Cabot と同様な数値実験を表面的には高レイノルズ数で行っている. 彼らの流れは帯状にきれいに分かれなかったが, ほぼ二次元に広

¹eddy turnover times

がった構造を示した. Cabot と Stone and Balbus は直交座標系で表現したが, 流体力学円盤シミュレーションでロスビー波の効果を見るには, 現実的な曲率を持った円筒座標系で表現するのがよいと思われる. 円筒座標系によるシミュレーションをこれから検討する.

4.1 ラインズ効果

回転座標系での粘性を無視した運動方程式は, Batchelor(1967) より,

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} - \frac{1}{\rho} \nabla p - \nabla \phi - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} - \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} \quad (27)$$

式(27)の回転をとったものの z 成分が, 二次元乱流についての渦度方程式である.

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = -\mathbf{u} \cdot \nabla \zeta - 2v \frac{\partial \Omega}{\partial x} \quad (28)$$

式(28)は解析的には解けないが, カオス過程が支配する状況や, 波動的振る舞いと平行流を形成するレジームでの研究が広範に存在する (Batchelor 1969, Charney 1971, Fjortoft 1953, Kraichnam 1967, Rhines 1975). 海洋や地球, 木星, 土星の大気循環に数値モデルを応用できる (Rhines 1994; Williams 1978, 1979a, b; Vallis and Maltrud 1993; Huei-Ping and Robinson 1998). 渦度の時間および空間発展は線形か非線形かは式(28)の RHS 項の大きさによる. 線形項 (右辺第二項) が非線形移流項 (右辺第一項) より大きくなるか, 同程度の大きさになった時に線形波が分散して平行流が形成されるような慣性エネルギーを越えることが期待される. 高レイノルズ数での二次元乱流はより大きなスケールへと進化することは, 理論と観測の両方から知られている. 波数空間におけるエネルギーの非線形な移動は線形項と非線形項の大きさが同じになった時に止まる. これは, 小さな波数におけるロスビー波と平行流の発生からも明らかである. β 平面において “Rhines 遮断波数” と呼ばれる, 遷移する時の波数は Rhines(1975), Vallis and Maltrud(1993) で

$$k_\beta \simeq \sqrt{\frac{\beta}{U}}$$

として示されている. U は回転系での乱流の自乗平均速度である.

惑星大気での平行流形成はしたたかな, 維持されやすい現象の様である (Vallis and Maltrud 1993). ゆえに惑星と星雲流体の間の強い相似性の下では, 星雲内に半径方向に分布し, 方位角方向に相対的に逆流する平行流が惑星大気同様に形成される, という説は想像しやすい. ケプラー回転系でのジェット流を図4に示す. 星雲円盤がガス惑星球殻のようにジェット流の対が縞状に複数並んで集まっている様子を

想像できる。ある意味、極を中心星と対応させてガス惑星を上下から押し潰したようにも見る事ができる。主なジェット流のパラメータは、空間の幅、速度プロファイル、最大速度であるが、これらは回転率と乱流の運動エネルギーのレベルに依存する。運動エネルギーは強めようとする力と弱めようとする力のかねあいで決まる。回転率が中心星の質量に左右されるのに対し、乱流の性質と大きさは中心星にはほぼ関係なく、位置と星雲の年代に依存する。

議論を続ける為に、星雲内のジェットが惑星上のそれと特徴が同じであると仮定する。Rhines メカニズムは乱流の種類に依らない。そのため、平行流は乱流のタイプ、位置、大きさに依存する円盤の進化の過程における様々なステージに、異なる形態で現れる事ができる。恐らく、ジェットの速度 V_j は軌道速度よりは十分小さいであろうが、それは乱流による影響の大きさに依存していて、音速より小さいものの無視はできない大きさである。比較の為にあげると、ジェット気流が Rhines メカニズムと関係があるガス惑星上では (Williams 1978, 1979a), 最大ジェット速度はときおり局所音速の 1/2 を越えることがある。音速は木星が ~ 100 m/s, 土星が ~ 500 m/s, 天王星が ~ 130 m/s, 海王星が ~ 320 m/s である (Limaye 1986, Ingersoll et al. 1984).

ジェット形成の時間スケール τ_j は、星雲ロスビー波が一つのジェットから次のジェットへと半径方向に移る時間より大きいか、もしくは同程度のスケールである。

$$\tau_j \sim \frac{d}{v_{\phi x}}$$

$v_{\phi x}$ は式 (8) での r 方向の位相速度である。ジェット間の距離を d とし、軌道半径 r と同じオーダーとする。

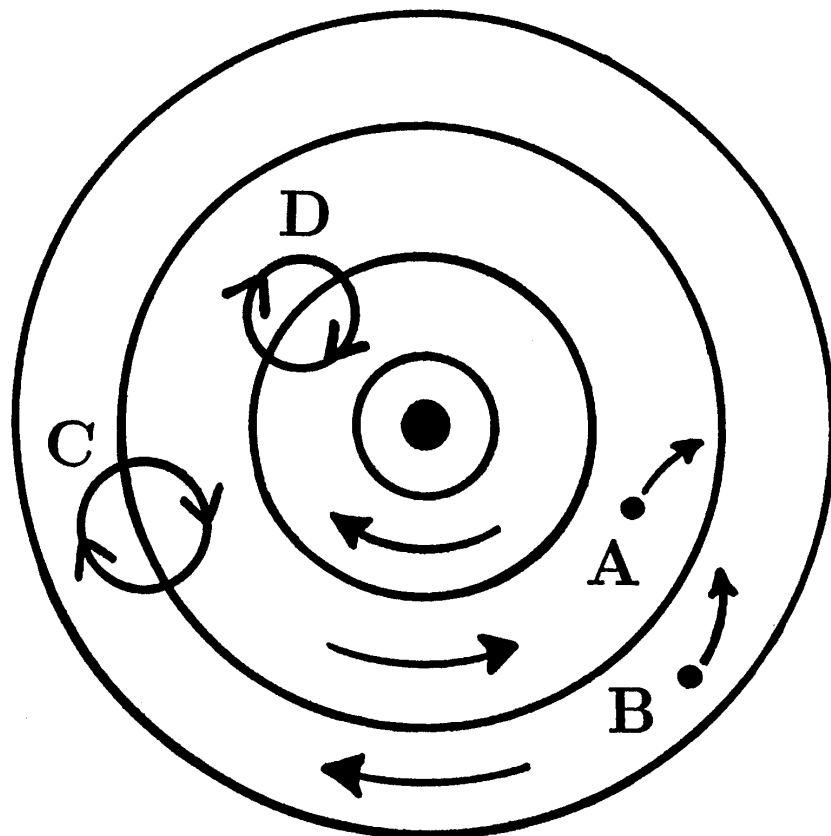
$$v_{\phi x} \sim \frac{\beta}{k^2} \cot \varphi \sim \frac{\beta}{k^2}$$

である。ただし、 $\beta \sim \frac{\Omega}{r}$ とする。以上より、

$$\tau_j \sim \frac{d}{v_{\phi x}} \sim \frac{r^2 k^2}{\Omega}$$

となる。最長の波長を持った最速の位相速度の波では $k \sim \frac{1}{r}$ なので、 $\tau_j \sim \frac{1}{\Omega}$ である事がわかる。つまり、ジェットは数周期のうちに形成される事を示している。これは、三次元乱流から定常二次元平行流が数周期で発生する事を示した Cabot (1996) のシミュレーションによく一致する。

惑星大気では平行流の幅は β と U 双方の空間変化に依存してきまる。これらの空間変化は木星および土星の緯度方向の帯構造に表われている (Limaye 1986, Ingersoll et al. 1984, Condie and Rhines 1994)。地形 β 効果の海洋モデルと同様である (Vallis



Sheehan et al. (1999) Icarus 142, 238-248

図 4: ケプラー回転座標系における平行流の概略図. 固体 A 及び B は矢印の方向へ引っ張られる. ジェットの間の無風地帯にある右回りの渦を C 及び D で表す.

and Maltrud 1993). 星雲ジェット幅 L_j も β と U によって変化するが, また, 星雲のステージによっても大きく変化する. ある半径では,

$$L_j = \frac{\pi}{k_\beta} = \pi \sqrt{\frac{U}{\beta}}$$

はず U に依存する. β は中心星の質量で決まる為である. U が小さくて乱流が弱い時, 例えば $U \sim \alpha^{1/2} c \sim (10^{-1} - 10^{-2})c$ の低レベル, 小規模の対流乱流である時, L_j は小さく, Cabot (1996) のシミュレーションで指摘している様に円盤の厚さの数倍程度であろう. 一方, U が大きい (星雲の成長初期段階には活発な落下によって, 後期段階には微惑星によるかき混ぜによって) とき, L_j は r に比べて無視できない大きくなる (Estberg and Sheehan 1994).

4.2 平行流と乱流の成長

近頃では惑星形成における渦乱流の役割に興味が集まっている (Barge and Sommeria 1995, Adams and Watkins 1995, Tanga et al. 1996). これには, 地球の海洋ならびに巨大ガス惑星において寿命の長い渦とジェット流についての研究が進み (Rhines 1994, Achterberg and Ingersoll 1994, Beebe 1994, Sutyryn 1994, Marcus and Lee 1994, Busse 1994), またそれらをモデル化する事に成功して来ていることに一因があると思われる (Antipov et al. 1986, Condie and Rhines 1994, Sommeria et al. 1988, Sommeria et al. 1991, Nezhlin 1994, Read 1986). しかし, 惑星形成の標準モデルがなかなかできない事も注目の一因となっている. これは, ガス惑星の核が星雲の寿命のうちに十分に速く集積するメカニズムが未だ確立していない事も含まれる.

例えば, Barge and Sommeria (1995) は寿命の長い渦がおそらくは微惑星や惑星の核の役割を果たして効果的に固体粒子を集め, 渦の質量捕獲が期待される木星半径に近い値まで大きくなる説を支持している. Adams and Watkins (1995) は点線形渦を考えて, 物理的説明に自己重力と磁場の効果を付け加えている. Tanga et al. (1999) は, 右回りのコアに質量を素早く集める量子化数値シミュレーションを行っている. Bracco et al. (1999) は強制的に起こしたケプラーシアアが降着円盤中で渦の形成を妨げない事を示した.

これらの議論に共通するのは, 渦を形成する活発な筋書きと構造が必要なことである. 渦は,

- 二次元乱流から (McWilliams 1984, 1990)
- 剪断流から (Marcus 1990, Marcus and Lee 1994, Fedutenko 1994)

- 巨大ガス惑星の密接した風の中で

形成される事が知られている。しかし、三次元乱流が同じ様になるかは定かではない。また、星雲内に乱流が起きるかどうかも保証されておらず、円盤中で強いジェットを発生させる様な効果的な乱流があるかどうか不確かである;が、もしその様なジェットがあったとしたら、渦を発生させ、安定させるには十分であろう。

回転座標系では、星雲ジェットは図4の様に逆流する対をつくって縞状になる。ジェット間の速度シアーはケプラーシアーよりも大きくなり、木星型惑星大気に対応するような渦の発生と維持をよく支える場である事を示す (Marcus 1988, Marcus and Lee 1994)。さらに、ガス惑星大気では安定な渦はほとんどが右回りである事から、ジェットのあいだの無風地帯では右回りの渦が安定すると予想される。(図4のC点を参照)。一方、一つ隣の無風地帯では、右回り渦は速度シアーによって打ち消されてしまう (図4のD点を参照)。

星雲内の超音速のケプラーシアーについての議論を忘れてはいけない。超音速は衝撃波を発生させ、強力に分散を引き起こすからである。星雲によくあるスケリングで考えると ($c = \Omega H$, $H \equiv \chi r \simeq (0.1 - 0.01)r$, より, $c \simeq \chi r \Omega$), ケプラーシアーが音速に等しい所では、半径比 $\frac{\Delta r}{r} \simeq 2\chi$ である。 χ の値から, $0.02 \leq \frac{\Delta r}{r} \leq 0.2$ 。言い換えると、ケプラー速度シアーは軌道半径よりも無視できない程度の小ささの距離で音速 (または超音速) になりうる。したがって逆に、ロスビー波と、それに関係する構造の形成を妨げる。一方、ガス惑星大気には原則として速度シアーが縞状に隣接して存在する。そこでは大赤斑 (the Great Red Spot) の様な長命な非軸対称流が存在し、それは衝撃波や強い分散の影響を受けない。例えば木星大気では、惑星の自転による赤道に垂直な風速はおよそ 10 km/s, ガスの熱対流速度は約 1 km/s。よって、音速シアーでは $\frac{\Delta r}{r} \sim 0.1$ を得る。この半径比は星雲のそれと同じ範囲になる。惑星大気は比較的大きな半径比、音速シアーに等しい値以上でも非軸対称流を支えるので (GRS 自体の半径比は ~ 0.1 に及ぶ), 以上からこの様な構造が星雲を支えるという予想は妥当である。速度シアーの効果についてのさらなる研究は保証されているように思える。

4.3 平行流と乱流における集積

原始惑星系星雲はガス惑星大気のようにジェットと渦乱流を発生させ、微惑星の中心星に対する降着を強力に妨げると予想される。標準星雲は部分的に圧力に支えられている。結果として、ある半径 r でのガスの回転速度はケプラー速度より少し遅くなる。純粋なケプラー速度 $v_k = \Omega r = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}}$ からの偏差比 ΔV はガス原子の熱

エネルギーと軌道の運動エネルギーの比で与えられる (Weidenschilling and Cuzzi 1993).

$$\frac{\Delta V}{v_k} \simeq \frac{kTr}{GmM_\odot}$$

一般にこのケプラー偏差は小さい ($\frac{\Delta V}{v_k} \sim 10^{-3}$) が, 1 km 以下のサイズの固体の空気力学には重要である. これ以上のサイズになると万有引力が支配的になるからである. ガス圧を加味して, 軌道速度は $v = (1 - \eta)v_k$ とかける. ここで η は,

$$\eta \equiv -\frac{r}{2\rho_0 v_k^2} \frac{\partial P}{\partial r} \simeq 10^{-3}$$

星雲中を通過する固体の移動率 (ガスの流れに乗っているかどうかは問わない) は, ΔV に比例する (Cuzzi et al. 1993).

平行流はケプラー速度分析からも別の偏差を生み出す. $v_j = \mu c$, $\mu = 0.01 - 0.5$ の, 惑星大気のものと同様とした仮定のジェットでは薄い円盤の近似を使って

$$v_j = \mu c \sim \mu \Omega H \sim \mu \Omega \chi r = \mu \chi v_k$$

と見積もる事ができる. $\chi = 0.1 - 0.01$ から,

$$v_j \simeq (5 \times 10^{-2} - 10^{-4}) v_k$$

となる. これらの速度は圧力に支えられたケプラー偏差 ΔV の 0.1 倍から 50 倍である. 固体粒子の空気力学に匹敵する大きな影響を持つと考えられている. ($\frac{v_j}{v_k}$ は惑星上のジェット速度と惑星の回転速度の比と同程度である.)

縞状平行流は強力な集積メカニズムを提起する. 固体物体がガス流から離れられる程度に十分大きく, ほぼケプラー速度を持っているとする (図 4 参照). 内側のジェット (A 点) では物体は追い風を受けてコリオリ力の影響で外側の軌道へ, その一方外側のジェット (B 点) では向かい風を受けて内側の軌道へと引き寄せられる. 物体は速度はゼロ近くのジェットの間の狭い領域へ集まって行き, 衝突が起きやすくなる. そこはケプラー回転系では平均速度はゼロである. また, 粒子層不安定 (particle layer instability) の影響を受けやすくなる (Safronov 1969, Goldreich and Ward 1973). 原則的にこの地点では, 粒子がかき混ぜる為の鉛直シアが無いのである. (もちろん, 残りの全体の乱流は不安定性を抑え込む.)

ガス惑星に見られるような平行流と, それに関連する渦乱流が持続的であることが予想できる. 例えば大赤斑は発生して 300 年経っているが, ジェットの間に閉じ込められて 2.5×10^5 運動周期の間, 維持されている. 対して, 螺旋状密度波の様な過程では星雲を素早く再構築しているが, これだと数周期の内に行われる.

この半径方向の集積メカニズムはいくつか面白い概念を含んでいる.

- 集積による r 方向の速度は, 小さくほどよいサイズの固体物体にしては大きい (Weidenschilling and Cuzzi 1993).

ジェット速度の取りうる最大値では半径の変化は標準引力降着メカニズムの十倍以上速い.(この増加した集積力によって, 重力が空気力学について支配的である粒子のサイズはより大きな値になる.)

- 無風地帯周辺の集積力の方向は, たとえ粒子が例えば散乱などで離れようとしていても, 元の方向に戻る傾向にある.

つまり, 無風地帯周辺のシアー速度の性質は復元力が働いて引き寄せる方向に働く. 結果として, 縞状平行流構造は, 星雲のある地点において化学離散化を保存するような大物体が, 中心星に向かって降着する事を妨げる役割を果たす.

- 半径集中に関する無風地帯は右回り渦を安定にする為のそれと一致し, ジェットと渦の相乗効果を示す.

平行シアー流と渦乱流はともに素早く効果的に星間物質を集め, 星雲の成長を早める役割をはたす. 特に, 星雲円盤が高質量であることと時間スケールを長く取ることとはこれまで言われて来たよりも巨大惑星の形成について本質的ではない (Podolak et al.1993).

関連図書

- [1] R. K. Achterberg and A. P. Ingersoll. Numerical simulation of baroclinic jovian vortices. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 51, pp. 541–562, 1994.
- [2] I. Adachi, C. Hayashi, and K. Nakazawa. The gas drag effect on the elliptical motion of a solid body in the primordial solar nebula. *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 56, pp. 1756–1771, 1976.
- [3] F. C. Adams and D. N. C. Lin. Transport processes and the evolution of disks. In J. I. Lunine E. H. Levy, editor, *Protostars and Planets III*, pp. 721–748. Univ. of Arizona Press, Tucson., 1993.
- [4] F. C. Adams, S. P. Ruden, and F. H. Shu. Eccentric gravitational instabilities in nearly keplerian disks. *Astrophys. J.*, Vol. 347, pp. 959–975, 1989.
- [5] F. C. Adams and R. Watkins. Vortices in circumstellar disks. *Astrophys. J.*, Vol. 451, pp. 314–327, 1995.
- [6] V. Agapitou, J. C. B. Papaloizou, and C. Terquem. Bending instabilities in magnetized accretion disks. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol. 292, pp. 631–645, 1997.
- [7] S. V. Antipov, M. V. Nezlin, E. N. Snezhkin, and A. S. Trubnikov. Rossby autosoliton and stationary model of the jovian great red spot. *Nature*, Vol. 323, pp. 238–240, 1986.
- [8] S. A. Balbus and J. F. Hauley. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. i. linear analysis. *Astrophys. J.*, Vol. 376, pp. 214–222, 1991.
- [9] S. A. Balbus, J. F. Hauley, and J. M. Stone. Nonlinear stability, hydrodynamic turbulence and transport in disks. *Astrophys. J.*, Vol. 467, pp. 76–86, 1996.

- [10] S. A. Balbus and J. F. Hawley. Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 70, pp. 1–53, 1998.
- [11] P. Barge and J. Sommeria. Did planet formation begin inside persistent gaseous vortices? *Astron. Astrophys.*, Vol. 295, pp. L1–L4, 1995.
- [12] M. E. Basin and P. L. Read. A laboratory study of barotropic waves and turbulence in an internally heated rotating fluid annulus with sloping endwalls. *J. Fluid Mech.*, Vol. 339, pp. 173–198, 1997.
- [13] G. K. Batchelor. *An Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1967.
- [14] G. K. Batchelor. Computation of the energy spectrum in homogeneous two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids*, Vol. 12, pp. Suppl.II, 233–239, 1969.
- [15] S. V. W. Beckwith. Protoplanetary disks. In W. J. Duschl, J. Frank, F. Mayer, E. Mayer-Hofmeister, and W. M. Tscharnuter, editors, *Theory of Accretion Disks 2*, pp. 1–18. Kluwer Academic, The Netherlands, 1994.
- [16] R. Beebe. Characteristic zonal winds and long lived vortices in the atmospheres of the outer planets. *Chaos*, Vol. 4, pp. 113–122, 1994.
- [17] A. Bracco, A. Provenzale, E. A. Spiegel, and P. Yecko. Spotted disks. In M. Abramowics, C. Bjornsson, and J. Pringle, editors, *Theory of Black Hole Accretion Disks*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1999.
- [18] F. H. Busse. Convection driven zonal flows and vortices in the major planets. *Chaos*, Vol. 4, pp. 123–134, 1994.
- [19] W. Cabot. Numerical simulations of circumstellar disk convection. *Astrophys. J.*, Vol. 465, pp. 874–886, 1996.
- [20] W. Cabot, V. M. Canuto, O. Hubickyj, and J. B. Pollack. The role of turbulent convection in the primitive solar nebula — theory. *Icarus*, Vol. 69, pp. 387–422, 1987a.
- [21] W. Cabot, V. M. Canuto, O. Hubickyj, and J. B. Pollack. The role of turbulent convection in the primitive solar nebula — results. *Icarus*, Vol. 69, pp. 423–457, 1987b.

- [22] W. Cabot, O. Hubickyj, J. B. Pollack, P. Cassen, and V. M. Canuto. Direct numerical simulations of turbulent convection: I. variable gravity and uniform rotation. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, Vol. 53, pp. 1–42, 1990.
- [23] A. W. G. Cameron. Formation and evolution of the primitive solar nebula. In D. C. Black and M. S. Matthews, editors, *Protostars and Planets II*, pp. 1073–1099. Univ. of Arizona Press, Tucson., 1985.
- [24] J. G. Charney. Geophysical turbulence. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 28, pp. 1087–1095, 1971.
- [25] S. A. Condie and P. B. Rhines. A convective model for the zonal jets in the atmospheres of jupiter and saturn. *Nature*, Vol. 367, pp. 711–713, 1994.
- [26] J. N. Cuzzi, A. R. Dobrovolskis, and J. M. Champney. Particle-gas dynamics in the midplane of a protoplanetary nebula. *Icarus*, Vol. 106, pp. 102–136, 1993.
- [27] B. Dubrulle. Differential rotation as a source of angular momentum transfer in the solar nebula. *Icarus*, Vol. 106, pp. 59–76, 1993.
- [28] B. Dubrulle and S. Nazarenko. Interaction of turbulence and large scale vortices in incompressible two-dimensional fluids. *Physica D*, Vol. 110, pp. 123–138, 1997.
- [29] G. Estberg and D. P. Sheehan. A turbulent fluid model for the evolution of zonal jets in a pre-planetary nebular disk. *Geophys. Astrophys. Fluid Dyn.*, Vol. 78, pp. 211–223, 1994.
- [30] E. A. Fedutenko. Vortex-dynamo mechanism of generation of large-scale structures in differentially rotating fluids. *Pjys. Scr.*, Vol. 50, pp. 514–522, 1994.
- [31] E. A. Fedutenko. Self-organization instability in strong rossby-wave turbulence. *Phys. Lett.*, Vol. 200, pp. 134–138, 1995.
- [32] R. Fjortoft. On the changes in the spectral distribution of kinetic energy for two dimensional nondivergent flow. *Tellus*, pp. 225–237, 1953.
- [33] P. Goldreich and W. R. Ward. The formation of planetesimals. *Astrophys. J.*, Vol. 183, pp. 1051–1061, 1973.

- [34] H. P. Greenspan. *The Theory of Rotating Fluids*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1969.
- [35] J. F. Hauley and S. A. Balbus. A powerful local shear instability in weakly magnetized disks. ii. nonlinear evolution. *Astrophys. J.*, Vol. 376, pp. 223–233, 1991.
- [36] R. Hide, S. R. Lewis, and P. L. Read. Sloping convection: A paradigm for large-scale waves and eddies in planetary atmospheres? *Chaos*, Vol. 4, pp. 135–162, 1994.
- [37] J. R. Holton. *An Introduction to Dynamic Meteorology*. Academic Press, Orlando, 1979.
- [38] H. Huei-Ping and W. A. Robinson. Two dimensional turbulence and persistent zonal jets in a global barotropic model. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 55, pp. 611–632, 1998.
- [39] C. Hunter. Galactic dynamics. In N. Lebovitz, editor, *Fluid Dynamics in Astrophysics and Geophysics*, pp. 179–203. Amer. Math. Soc., Providence, 1983.
- [40] A. P. Ingersoll, R. F. Beebe, B. J. Conrath, and G. E. Hunt. Structure and dynamics of saturn’s atmosphere. In T. Gehrels and M. S. Matthews, editors, *Saturn*, pp. 195–238. Univ. of Arizona Press, Tucson, 1984.
- [41] I. N. James. *Introduction to Circulating Atmospheres*. Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1994.
- [42] D. M. Kary, J. J. Lissauer, and Y. Greenzweig. Nebular gas drag and planetary accretion. *Icarus*, Vol. 106, pp. 288–307, 1993.
- [43] R. Kraichnam. Inertial ranges in two-dimensional turbulence. *Phys. Fluids*, Vol. 10, pp. 1417–1423, 1967.
- [44] S. S. Limaye. Jupiter: New estimates of the mean zonal flow at the cloud level. *Icarus*, Vol. 65, pp. 335–352, 1986.
- [45] C. C. Lin and Y. Y. Lau. Density wave theory of spiral structure of galaxies. *Stud. Appl. Math*, Vol. 60, pp. 97–163, 1979.

- [46] D. N. C. Lin and J. C. B. Papaloizou. On the tidal interaction between protoplanets and the promordial solar nebula. *Astrophys. J.*, Vol. 309, pp. 846–857, 1986.
- [47] D. N. C. Lin and J. C. B. Papaloizou. On the tidal interaction between protostellar disks and companions. In E. H. Levy and J. I. Lunine, editors, *Protostars and Planets III*, pp. 749–836. Univ. of Arizona Press, Tucson, 1993.
- [48] D. N. C. Lin and J. C. B. Papaloizou. Theory of accretion disks ii: Application to observed systems. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, Vol. 34, pp. 703–747, 1996.
- [49] J. J. Lissauer. Planet formation. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, Vol. 31, pp. 129–174, 1993.
- [50] R. V. E. Lovelace, S. A. Colgate H. Li, and A. F. Nelson. Rossby wave instability of keplerian accretion disks. *Astrophys. J.*, Vol. 513, pp. 805–810, 1999.
- [51] M. E. Maltrud and G. K. Vallis. Energy spectra and coherent structures in forced two-dimensional and beta-plane turbulence. *J. Fluids Mech.*, Vol. 228, pp. 321–342, 1991.
- [52] M. E. Maltrud and G. K. Vallis. Energy and enstrophy transfer in numerical simulations of two-dimensional turbulence. *Phis. Fluids*, Vol. A5, pp. 1760–1775, 1993.
- [53] P. S. Marcus. Numerical simulation of jupiter’s great red spot. *Nature*, Vol. 331, pp. 693–696, 1988.
- [54] P. S. Marcus. Vortex dynamics in a shearing zonal flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 215, pp. 393–430, 1990.
- [55] P. S. Marcus and C. Lee. Jupiter’s great red spot and zonal winds as a self-consistent, one-layer quasi-geostrophic flow. *Chaos*, Vol. 4, pp. 269–288, 1994.
- [56] 松井孝典ほか. 地球連続体力学, 岩波講座 地球惑星科学, 第6巻. 岩波書店, 1996.
- [57] 松井孝典ほか. 地球惑星科学入門, 岩波講座 地球惑星科学, 第1巻. 岩波書店, 1996.

- [58] 松井孝典ほか. 比較惑星学, 岩波講座 地球惑星科学, 第12巻. 岩波書店, 1997.
- [59] J. C. McWilliams. The emergence of isolated coherent vortices in turbulent flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 140, pp. 21–43, 1984.
- [60] J. C. McWilliams. The vortices of two-dimensional turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 219, pp. 361–385, 1990.
- [61] S. Miki. The gaseous flow around a protoplanet in the primordial solar nebula. *Prog. Theor. Phys.*, Vol. 67, pp. 1053–1067, 1982.
- [62] G. E. Mortiff and J. A. Wood. Protoplanetary accretion disk models: The effects of several meteoritic, astronomical, and physical constraints. *Icarus*, Vol. 82, pp. 225–243, 1989.
- [63] M. V. Nezlin. Rossby solitary vortices on giant planets and in the laboratory. *Chaos*, Vol. 4, pp. 187–201, 1994.
- [64] J. C. B. Papaloizou and D. N. C. Lin. Theory of accretion disks i: Angular momentum transport processes. *Annu. Rev. Astron. Astrophys.*, Vol. 33, pp. 505–540, 1995.
- [65] J. C. B. Papaloizou and J. E. Pringle. The dynamical stability of differentially rotating disks. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol. 213, pp. 799–820, 1985.
- [66] J. C. B. Papaloizou and G. J. Savonije. Instabilities in gaseous self-gravitating disks. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, Vol. 248, pp. 353–369, 1991.
- [67] J.C.B. Papaloizou and D. N. C. Lin. Nonaxisymmetric instabilities in thin self-gravitating rings and disks. *Astrophys. J.*, Vol. 344, pp. 645–668, 1989.
- [68] J. P. Pedlosky. *Geophysical Fluid Dynamics, 2nd ed.* Springer-Verlag, New York, 1987.
- [69] M Podolak, W. B. Hubbard, and J. B. Pollack. Gaseous accretion and the formation of giant planets. In E. H. Levy and J. I. Lunine, editors, *Protostars and Planets III*, pp. 1109–1148. Univ. of Arizona Press, Tucson., 1993.
- [70] F. A. Podosek and P. Cassen. Theoretical, observational, and isotopic estimates of the lifetime of the solar nebula. *Meteoritics*, Vol. 29, pp. 6–25, 1994.

- [71] R. G. Prinn. On neglect of nonlinear momentum terms in solar nebula accretion disk models. *Astrophys. J.*, Vol. 348, pp. 725–729, 1990.
- [72] P. L. Read. Stable, baroclinic eddies on jupiter and saturn: A laboratory analog and some observational tests. *Icarus*, Vol. 65, pp. 304–334, 1986.
- [73] P.B. Rhines. Waves and turbulence on a beta-plane. *J. Fluids Mech.*, Vol. 69, pp. 417–443, 1975.
- [74] P.B. Rhines. Jets. *Chaos*, Vol. 4, pp. 313–339, 1994.
- [75] V. S. Safronov. Evolution of the protoplanetary cloud and the formation of the earth and planets, 1969. NASA TTF-677.
- [76] T. H. Solomon, W. J. Holloway, and H. L. Swinney. Shear flow instabilities and rossby waves in barotropic flow in a rotating annulus. *Phys. Fluids*, Vol. A5, pp. 1971–1982, 1993.
- [77] J. Sommeria, S. D. Meyers, and H. L. Swinney. Laboratory simulation of jupiter’s great red spot. *Nature*, Vol. 331, pp. 689–693, 1988.
- [78] J. M. Stone and S. A. Balbus. Angular momentum transport in accretion disks via convection. *Astrophys. J.*, Vol. 464, pp. 364–372, 1996.
- [79] G. G. Sutyrin. Long-lived planetary vortices and their evolution: Conservative intermediate geostrophic model. *Chaos*, Vol. 4, pp. 203–212, 1994.
- [80] P. Tanga, A. Babiano, B. Dubrulle, and A. Provenzale. Forming planetesimals in vortices. *Icarus*, Vol. 121, pp. 158–170, 1996.
- [81] G. K. Vallis and M. E. Maltrud. Generation of mean flows and jets on a beta plane and over topography. *J. Phys. Ocean*, Vol. 23, pp. 1346–1362, 1993.
- [82] S. J. Weidenschilling and J. N. Cuzzi. Formation of planetesimals in the solar nebula. In J. I. Lunine E. H. Levy, editor, *Protostars and Planets III*, pp. 1031–1060. Univ. of Arizona Press, Tucson., 1993.
- [83] G. P. Williams. Barotropic representations of jovian and terrestrial turbulence. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 35, pp. 1399–1426, 1978.
- [84] G. P. Williams. The jovian quasi-geostrophic regime. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 36, pp. 932–968, 1979a.

- [85] G. P. Williams. The terrestrial quasi-geostrophic regime. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 36, pp. 1409–1435, 1979b.
- [86] G. P. Williams. Geostrophic regimes, intermediate solitary vortices and jovian eddies. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 41, pp. 453–478, 1984.
- [87] G. P. Williams. Jovian dynamics. part i: Vortex stability, structure, and genesis. *J. Atmos. Sci.*, Vol. 53, pp. 2685–2734, 1996.