

2レベル準地衡流モデルを用いた傾圧不安定波に関する考察

1173481s 堀之内 龍一 (地球および惑星大気科学研究室)

研究の概要

本研究では, Phillips (1954)に基づき, 高・低気圧の初期成長を物理的に説明する傾圧不安定波について研究する. 具体的には, 傾圧不安定波の成長率と空間スケール, 基本場に及ぼす作用, 不安定波がつくる子午面循環について考察する.

基礎方程式

2レベルモデルに適用した, 準地衡流渦度方程式と熱力学の式

0 hPa		level0
250 hPa	$\frac{D_1(f + \zeta_1)}{Dt} - \frac{2f_0\omega_2}{p_s} = 0$	level1
500 hPa	$2\omega_2 - \frac{\lambda^2 D_2(\varphi_1 - \varphi_3)}{p_s} = 0$	level2
750 hPa	$\frac{D_3(f + \zeta_3)}{Dt} + \frac{2f_0\omega_2}{p_s} = 0$	level3
1000 hPa		level4

図1: 2レベルモデルの模式図と基礎方程式系

f : 惑星渦度
 ζ : 相対渦度
 f_0 : 基準緯度でのコリオリパラメータ
 ω : 鉛直 p 速度
 p_s : 1000 hPa
 φ : ジオポテンシャル
 λ : 定数

境界条件

東西方向: 周期境界条件
 南北方向: 壁境界

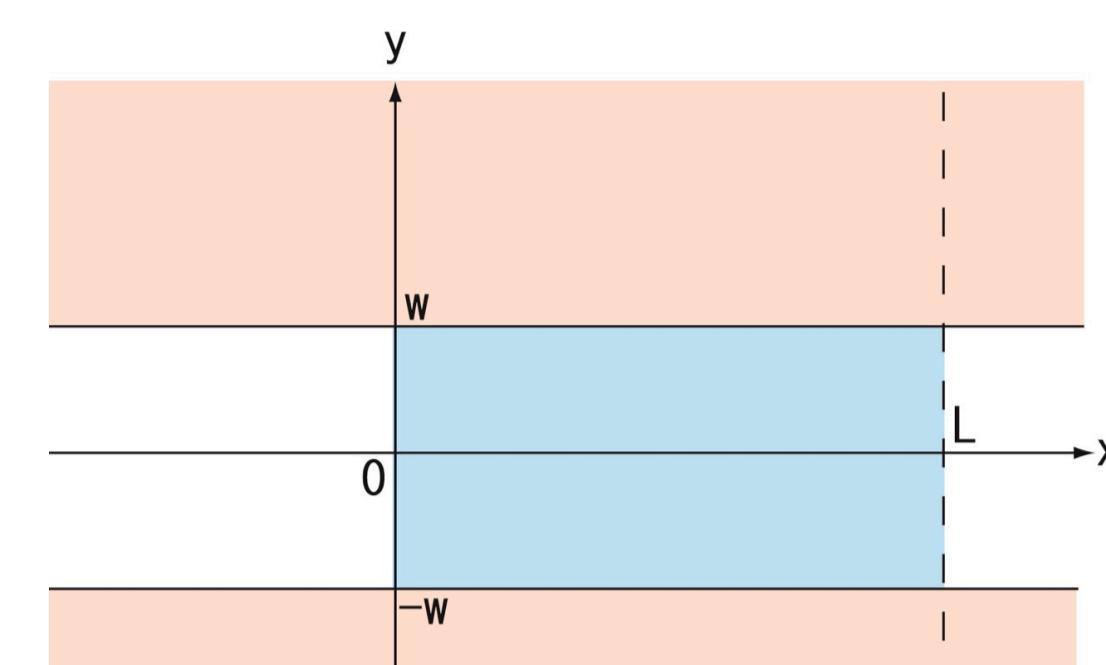


図2: 境界条件の模式図

擾乱の成長率と空間スケール

線形化した擾乱に関する方程式(大文字は基本場, プライムは摂動の量):

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + U_1 \frac{\partial}{\partial x} \right] [\varphi'_{1xx} + \varphi'_{1yy} - \lambda^2 (\varphi'_1 - \varphi'_3)] + [\beta + \lambda^2 (U_1 - U_3)] \varphi'_{1x} = 0$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + U_3 \frac{\partial}{\partial x} \right] [\varphi'_{3xx} + \varphi'_{3yy} + \lambda^2 (\varphi'_1 - \varphi'_3)] + [\beta + \lambda^2 (U_1 - U_3)] \varphi'_{3x} = 0$$

($\beta = (2\Omega \cos \phi) / Re$, Ω : 地球の自転角速度, ϕ : 緯度, Re : 地球の半径)

これらに波動型の擾乱: $\varphi \propto \cos(\mu y) \exp[ik(x - ct)]$ を解として仮定
 (C: 擾乱の位相速度, k : 波数, $\mu = \pi/2W$)
 擾乱の位相速度に関する固有値問題として定式化(図3参照)

不安定曲線

波長が約 4000 km より小さい不安定擾乱は存在しない(図3参照)

擾乱の成長率が最大となる波長 約 6000km

高・低気圧の空間スケールとおおよそ一致している

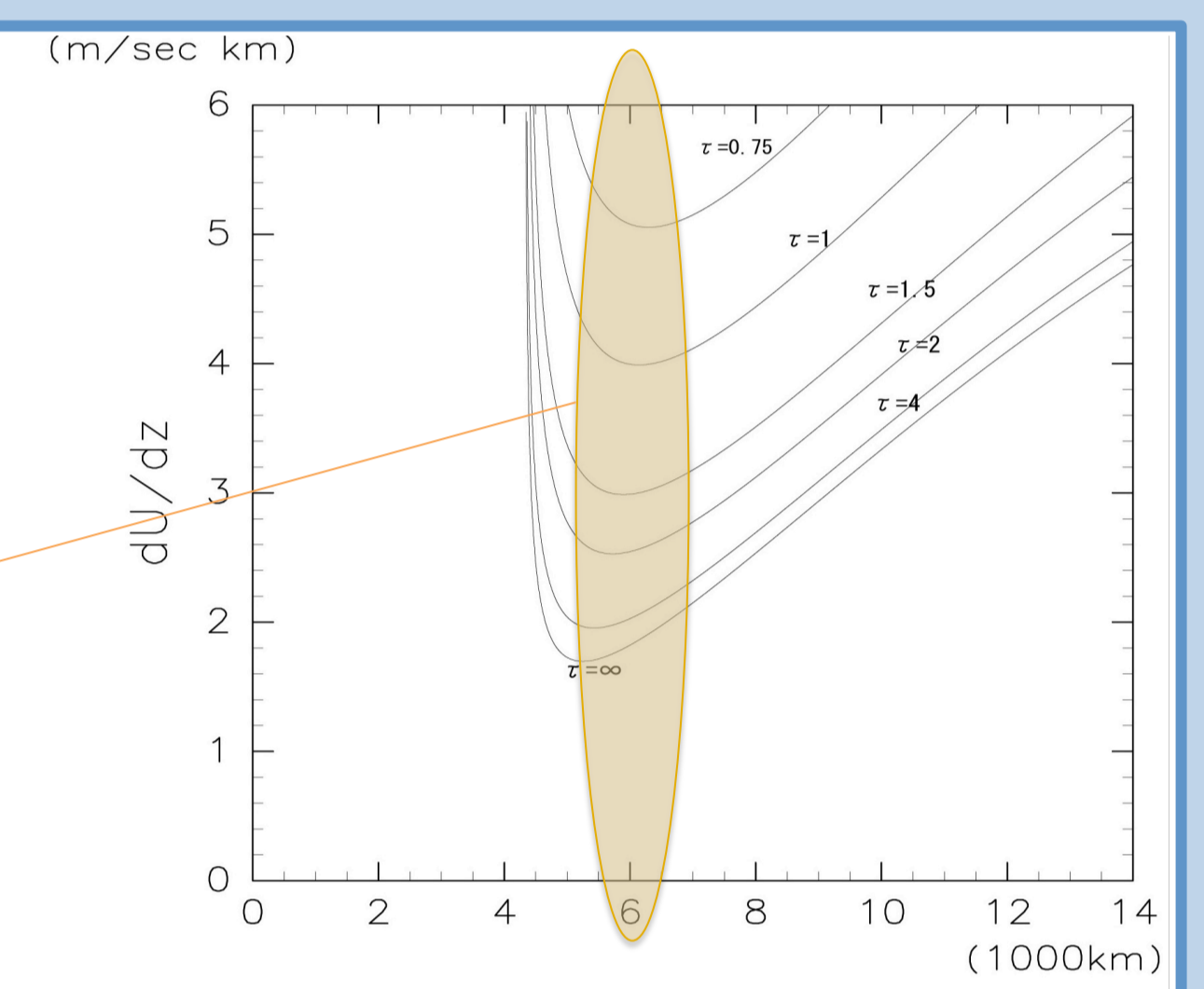


図3: 擾乱の振幅が2倍になるまでの時間 τ [日] を擾乱の波長L[1000 km] と東西流の鉛直シア dU/dz [(m/s)/km] の関数として表した

擾乱による基本場の変化

東西平均した擾乱に関する方程式(上付線は東西平均した量):

$$\Phi_{1yyt} - \lambda^2 (\Phi_{1t} - \Phi_{3t}) = \frac{1}{f_0} \left[\varphi'_{1y} \frac{\partial}{\partial x} - \varphi'_{1x} \frac{\partial}{\partial y} \right] [(\varphi'_{1xx} + \varphi'_{1yy}) - \lambda^2 (\varphi'_1 - \varphi'_3)], \Phi_{3yyt} + \lambda^2 (\Phi_{1t} - \Phi_{3t}) = \frac{1}{f_0} \left[\varphi'_{3y} \frac{\partial}{\partial x} - \varphi'_{3x} \frac{\partial}{\partial y} \right] [(\varphi'_{3xx} + \varphi'_{3yy}) + \lambda^2 (\varphi'_1 - \varphi'_3)]$$

上の2式の右辺の φ'_1, φ'_3 に前節で得られた解を代入

基本場のジオポテンシャルの変化

以下の式より温度の時間変化率と関係づけられる:

$$\frac{\partial \bar{T}_2}{\partial t} = \frac{\Phi_{1t} - \Phi_{3t}}{R}$$

基本場のジオポテンシャルの変化より,
 ・ 極側の領域で加熱
 ・ 赤道側の領域で冷却
 が生じ, 熱が輸送されている

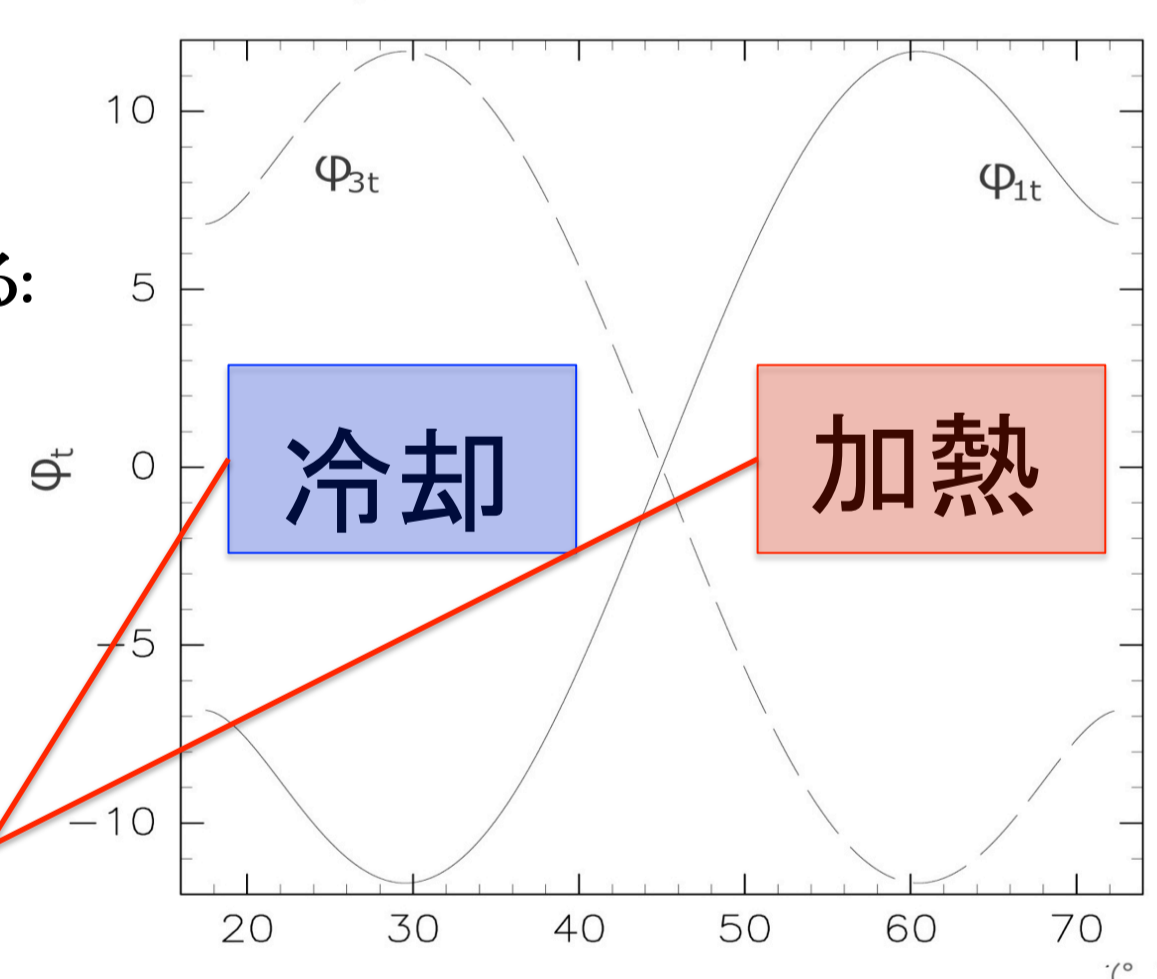


図4: 擾乱の二次のオーダーによる基本場のジオポテンシャルの時間変化率を表した.

基本流の速度変化

$$U_{3t} = -U_{1t} = \frac{A\mu}{2f_0(2+\gamma)} \left[\frac{\cosh(\sqrt{2\gamma\xi})}{\cosh(\sqrt{2\gamma}\frac{\pi}{2})} + \cos 2\xi \right]$$

(A, γ, ξ : 定数)

基本流の速度変化は, 観測された東西風の加速(Widger 1949)とおおよそ合っている(図5参照)

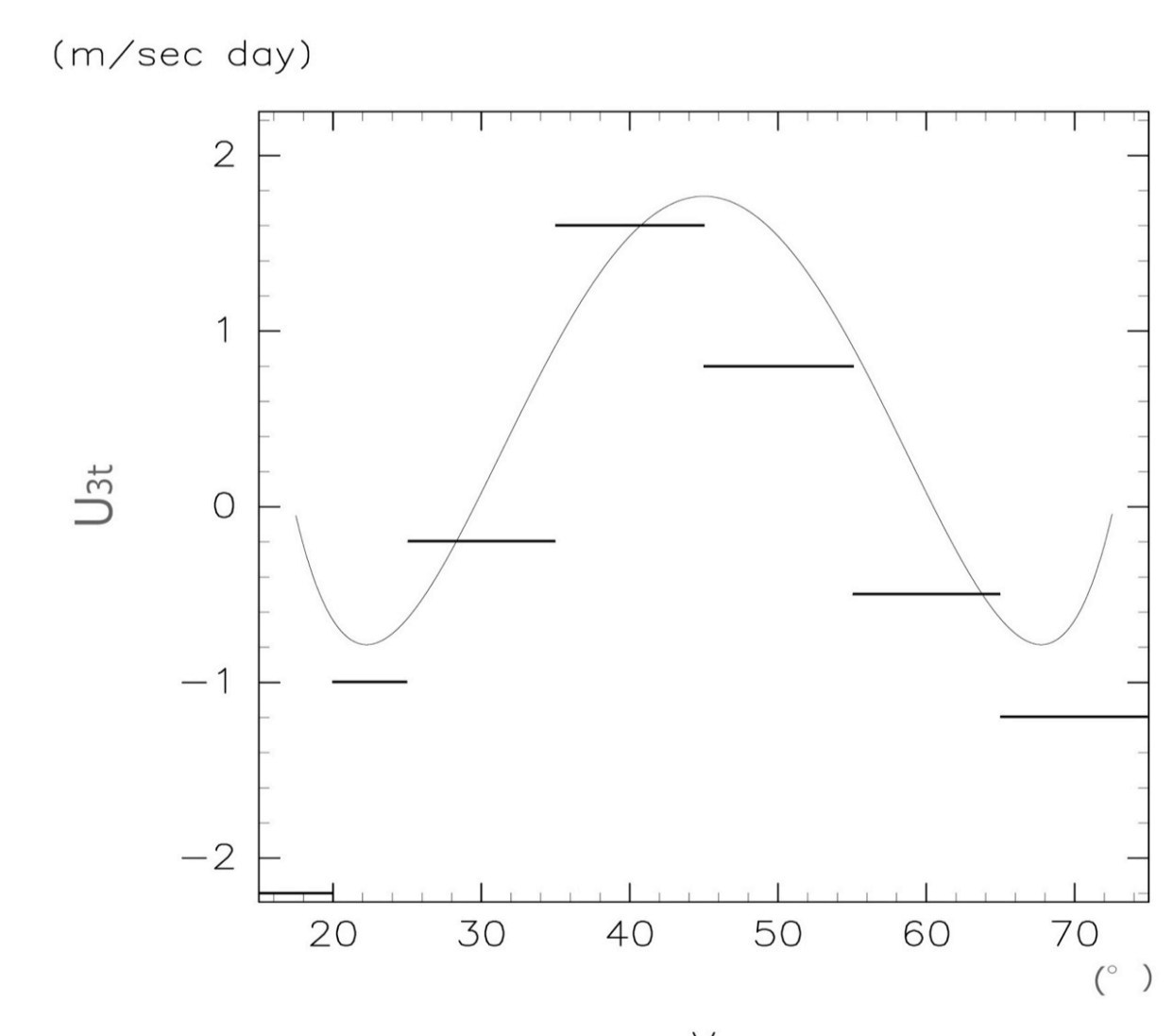


図5: 擾乱の二次のオーダーによる基本流の速度の時間変化率を表した. 太線は Widger (1949) の観測より得られた東西風の時間変化率.

子午面循環

傾圧不安定擾乱がつくる子午面循環

$$\bar{\omega}_2 = \frac{p_s \mu^2 A}{4f_0^2(2+\gamma)} \left[\frac{\sqrt{2\gamma} \sinh(\sqrt{2\gamma\xi})}{\cosh(\sqrt{2\gamma}\frac{\pi}{2})} - 2 \sin 2\xi \right]$$

$$-\bar{v}_1 = \bar{v}_3 = \frac{A\mu}{2f_0(2+\gamma)} \left[\frac{\cosh(\sqrt{2\gamma\xi})}{\cosh(\sqrt{2\gamma}\frac{\pi}{2})} + \cos 2\xi \right]$$

子午面循環と傾圧不安定擾乱による基本流の速度変化は以下のように関係づけられる:

$$U_{1t} - f_0 \bar{v}_1 = 0$$

$$U_{3t} - f_0 \bar{v}_3 = 0$$

基本流の速度変化は子午面循環によって引き起こされている

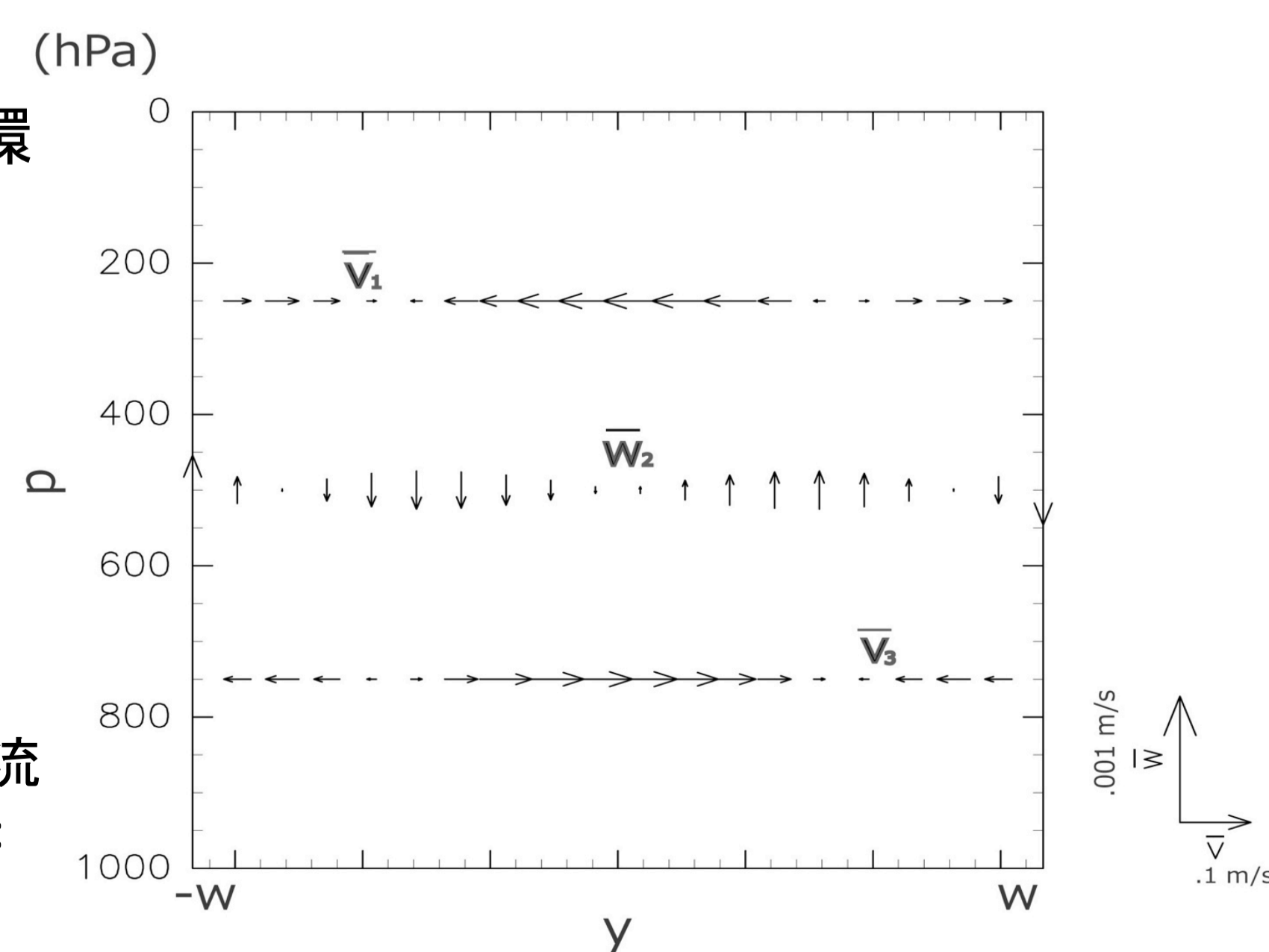


図6: 傾圧波がつくる子午面循環を表した. 鉛直速度 w_2 は鉛直 p 速度 ω_2 を変換して描いている.

結論

- 線形化した擾乱に関する方程式に波動型の擾乱を解として与え, 位相速度の固有値問題として定式化した.
 - 最速成長擾乱の波長は約 6000 km
 - 現実に見られる高・低気圧の空間スケールと合致
- 基本場のジオポテンシャルの変化から, 傾圧不安定波によって南北方向の熱の輸送が起きていることがわかった.
- 傾圧不安定に伴って子午面循環が現れ, 基本流の速度変化を引き起こしていることがわかった.

参考文献

- Phillips, N. A., 1954: Energy Transformations and Meridional Circulations associated with simple Baroclinic Waves in a two-level, Quasi-geostrophic Model, *Tellus*, **6**, 273-286.
- Widger, W. K., 1949: A study of the flow angular momentum in the atmosphere, *J. Meteor.*, **6**, 291-299.