

南北 1 次元エネルギーバランスモデルを用いた惑星気候の多様性に関する数値実験

神戸大学理学部惑星学科
流体地球物理学教育研究分野
2173435s 米倉裕亮

研究の目標

南北 1 次元エネルギーバランスモデル (Energy Balance Model (EBM)) (Sellers, 1969) を用いて、太陽定数を変化させた際の氷線緯度を求め、惑星気候がどのような状態をとるかを考察する。
※氷線緯度：氷床がエネルギーの釣り合いによりとどまる緯度

南北 1 次元エネルギーバランスモデル

$$C \frac{\partial T(x, t)}{\partial t} = F_S - F_{OLR} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D(1 - x^2) \frac{\partial T(x, t)}{\partial x} \right\}$$
$$F_S = Qs(x)(1 - \alpha(x))$$
$$F_{OLR} = A + BT(x, t)$$

x : sin(緯度) (南北対称)

t : 時間[s]

T : 地表面温度[K]

C : 熱容量[J/K] (= 1.0[J/K/m²])

D : 拡散係数[W/m²/K] (= 0.2[W/m²/K])

F_S : 太陽放射[W/m²]

F_{OLR} : 惑星放射[W/m²]

Q : 全球平均太陽放射フラックス

$s(x)$: 年平均太陽放射フラックスの子午面分布

$$s(x) = 1 + s_2 p_2(x) = 1 - 0.482(3x^2 - 1)/2$$

$\alpha(x)$: アルベド

A : 定数 (= -212.05[W/m²])

B : 定数 (= 1.55[W/m²/K])

(A, B, C, D, s_2 は Lindzen, 1990 の値を参照)

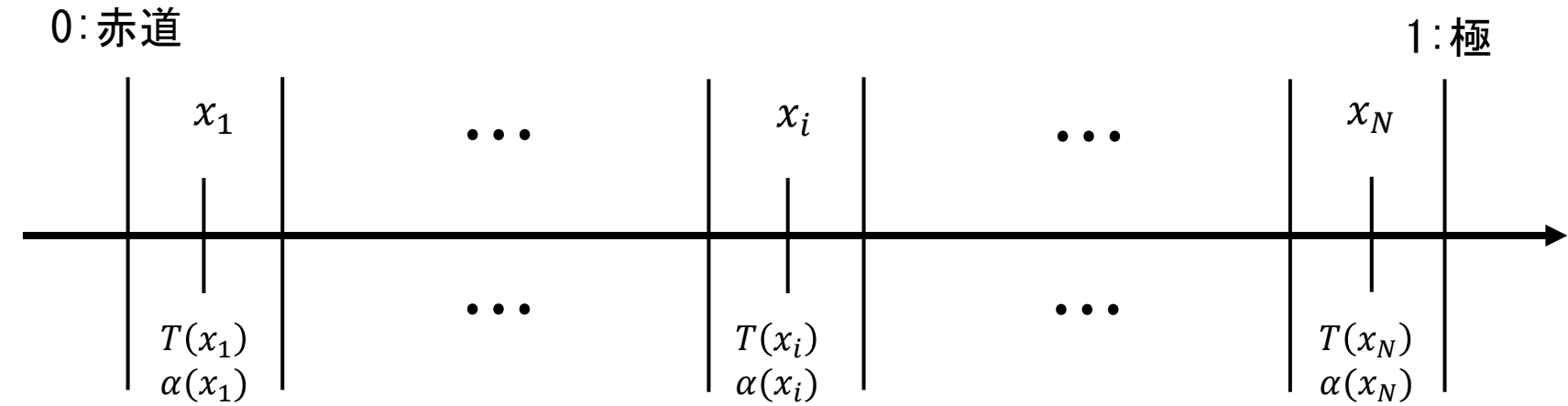
境界条件

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (x = 0)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad (x = 1)$$

・離散化の方法

赤道から極までを N 個の格子点で分割し、その領域の平均的な各物理量の値をその領域の中心に置く。



1. 地表面温度の時間発展を計算し、安定解を求める

$$C \frac{T_i^{l+1} - T_i^l}{\Delta t} = Qs(x_i)(1 - \alpha(x_i)) - (A + BT_i^l) + \frac{D}{\Delta x^2} \left[\left(1 - x_{i+\frac{1}{2}}^2\right) (T_{i+1}^l - T_i^l) - \left(1 - x_{i-\frac{1}{2}}^2\right) (T_i^l - T_{i-1}^l) \right]$$

(右辺) < 10⁻⁵ [W/m²] のとき、収束と判断。

2. N 個の格子点の内一つの格子点の温度に水の凝固点温度、 $T_k = 271.15$ [K] を与え、 $T_1, \dots, T_{k-1}, T_{k+1}, \dots, T_N, Q$ を未知数とする連立一次方程式を解く。
($N+1$) × ($N+1$) の係数行列を作成し、安定解を求める。

$$-\frac{D}{(\Delta x)^2} \left(1 - x_{i-\frac{1}{2}}^2\right) T_{i-1} + \left\{ B + \frac{D}{(\Delta x)^2} \left(1 - x_{i+\frac{1}{2}}^2\right) + \frac{D}{(\Delta x)^2} \left(1 - x_{i-\frac{1}{2}}^2\right) \right\} T_i - \frac{D}{(\Delta x)^2} \left(1 - x_{i+\frac{1}{2}}^2\right) T_{i+1} - s(x_i)(1 - \alpha(x_i))Q = -A$$

i : 格子点番号, l : 時間, Δx : 格子点間隔, Δt : 時間間隔

T_i : i 番目の格子点の温度, $M'_{i,j}$: i 番目の格子点の T_j の係数

Q'_i : i 番目の格子点の Q の係数

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & (i = k) \\ 0 & (i \neq k) \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} M'_{1,0} + M'_{1,1} & M'_{1,2} & 0 & \dots & 0 & 0 & Q'_1 \\ M'_{2,1} & M'_{2,2} & M'_{2,3} & \dots & 0 & 0 & Q'_2 \\ 0 & M'_{3,2} & M'_{3,3} & \dots & 0 & 0 & Q'_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M'_{N-1,N-1} & M'_{N-1,N} & Q'_{N-1} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & M'_{N,N-1} & M'_{N,N} + M'_{N,N+1} & Q'_N \\ \delta_1 & \delta_2 & \delta_3 & \dots & \delta_{N-1} & \delta_N & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ \vdots \\ T_{N-1} \\ T_N \\ Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -A \\ -A \\ -A \\ \vdots \\ -A \\ -A \\ 271.15 \end{pmatrix}$$

実験設定

・初期値

250_0-1	$T(x) = 250 \text{ K} \quad (0 < x < 1)$	300-250_04	$T(x) = \begin{cases} 300 \text{ K} & (x < 0.40) \\ 250 \text{ K} & (x \geq 0.40) \end{cases}$
300_0-1	$T(x) = 300 \text{ K} \quad (0 < x < 1)$	300-250_072	$T(x) = \begin{cases} 300 \text{ K} & (x < 0.72) \\ 250 \text{ K} & (x \geq 0.72) \end{cases}$

・アルベドの設定

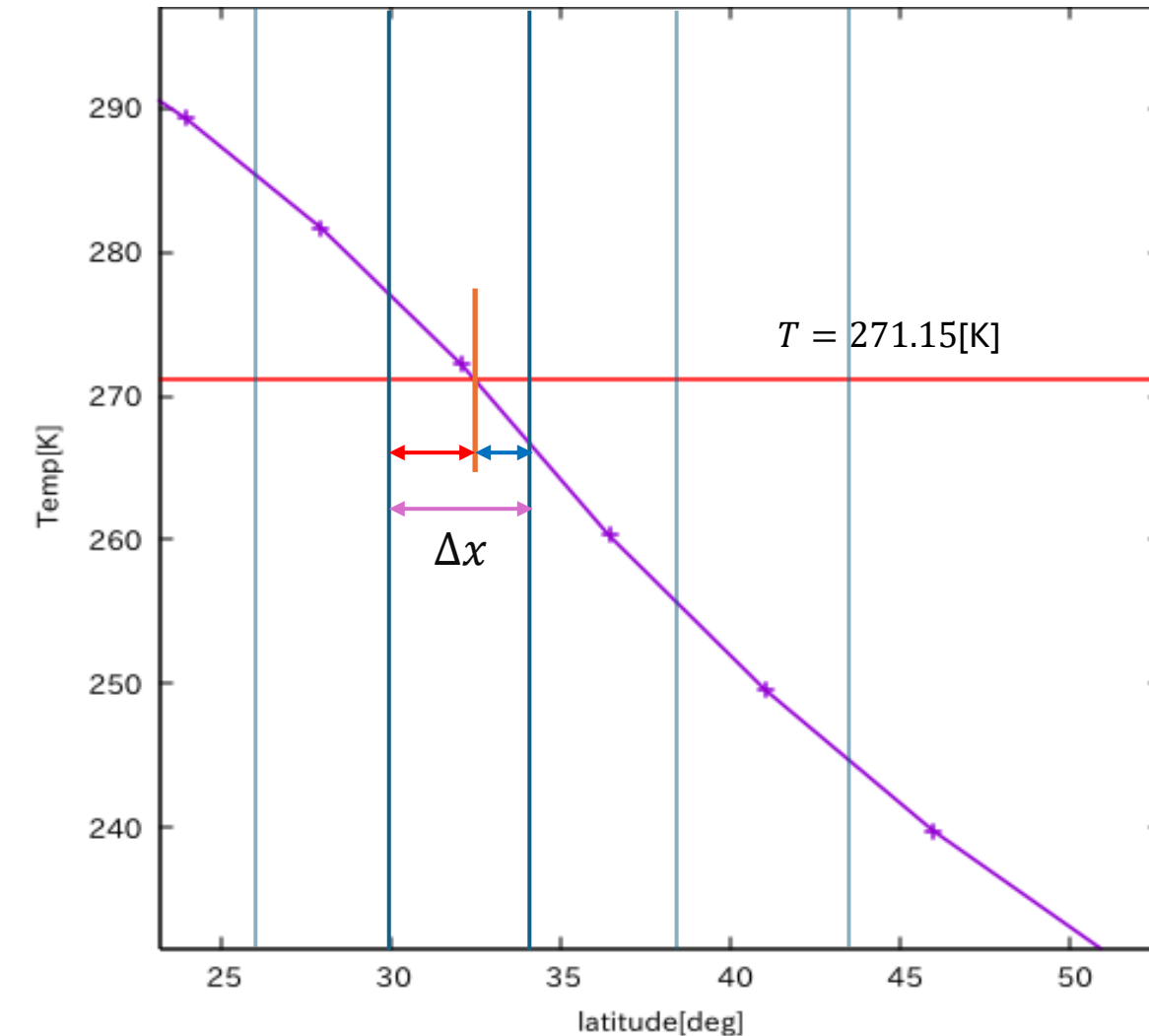
サブグリッドスケールで温度は x に対して線形に変化すると仮定し、氷の面積を考慮して、アルベド分布を決定する。(松田, 2018)

$$\alpha(x_i) = \frac{1}{\Delta x} \int_{\Delta x} \alpha(x) dx$$

$$= \frac{1}{\Delta x} \int_{\Delta x} [0.6\beta(T) + 0.1(1 - \beta(T))] dx$$

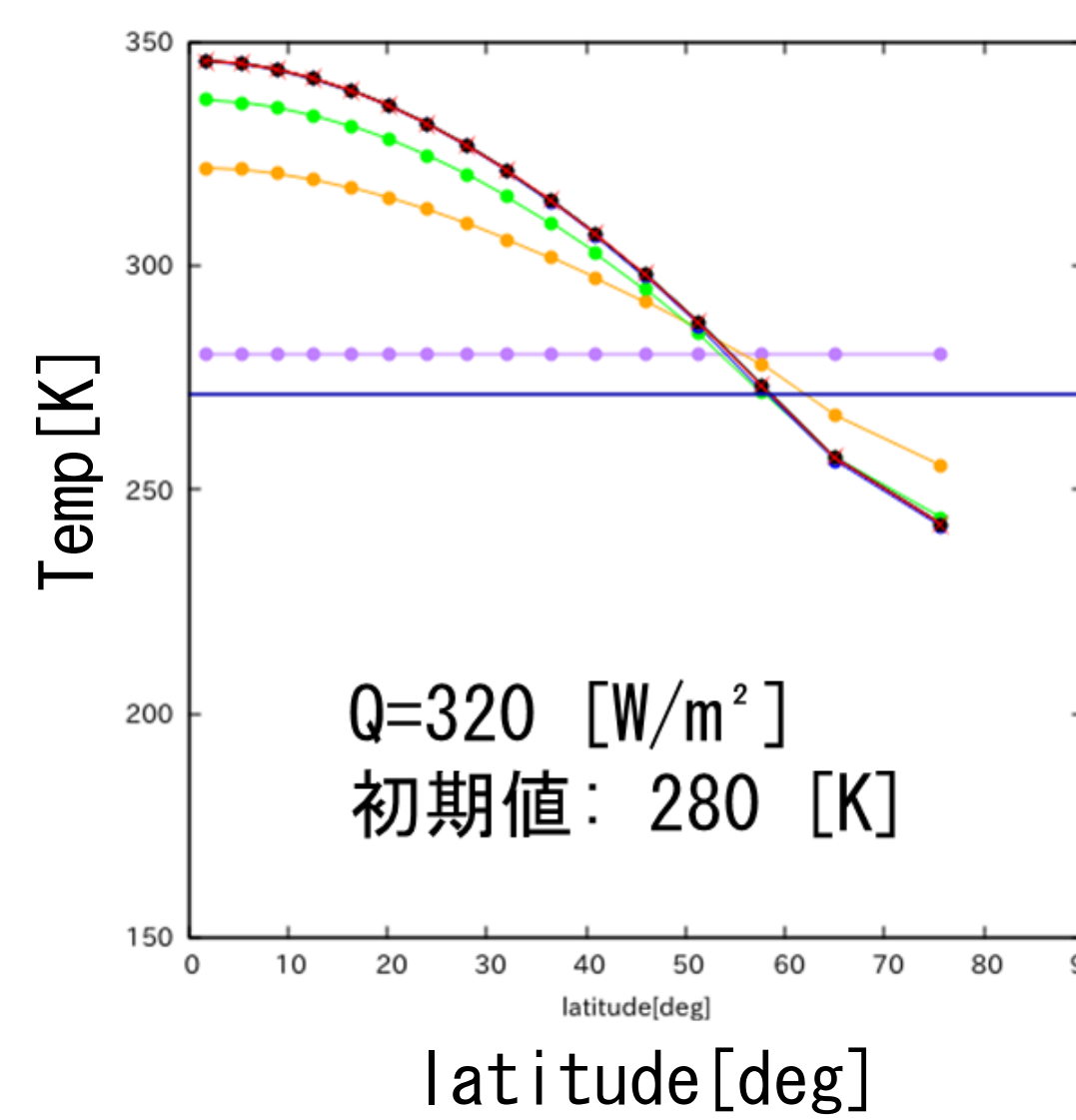
$$\beta(T) = \begin{cases} 1 & (T(x) \leq 271.15 \text{ K}) \\ 0 & (T(x) > 271.15 \text{ K}) \end{cases}$$

$$T(x) = T(x_i) + \frac{T(x_{i+1}) - T(x_i)}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i)$$



実験結果

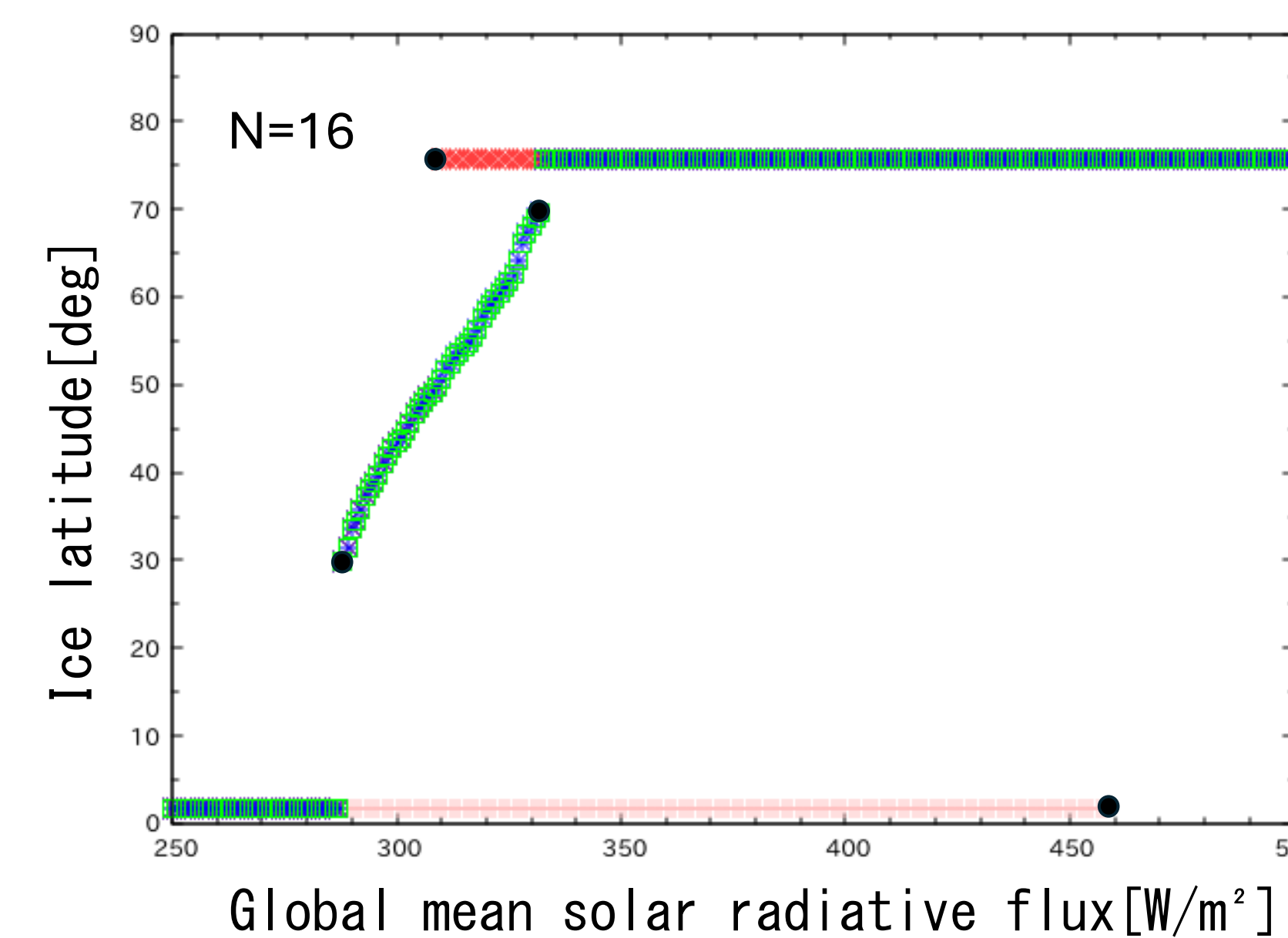
・地表面温度の時間発展によって得られる各緯度の温度分布。解の基本的な構造である。



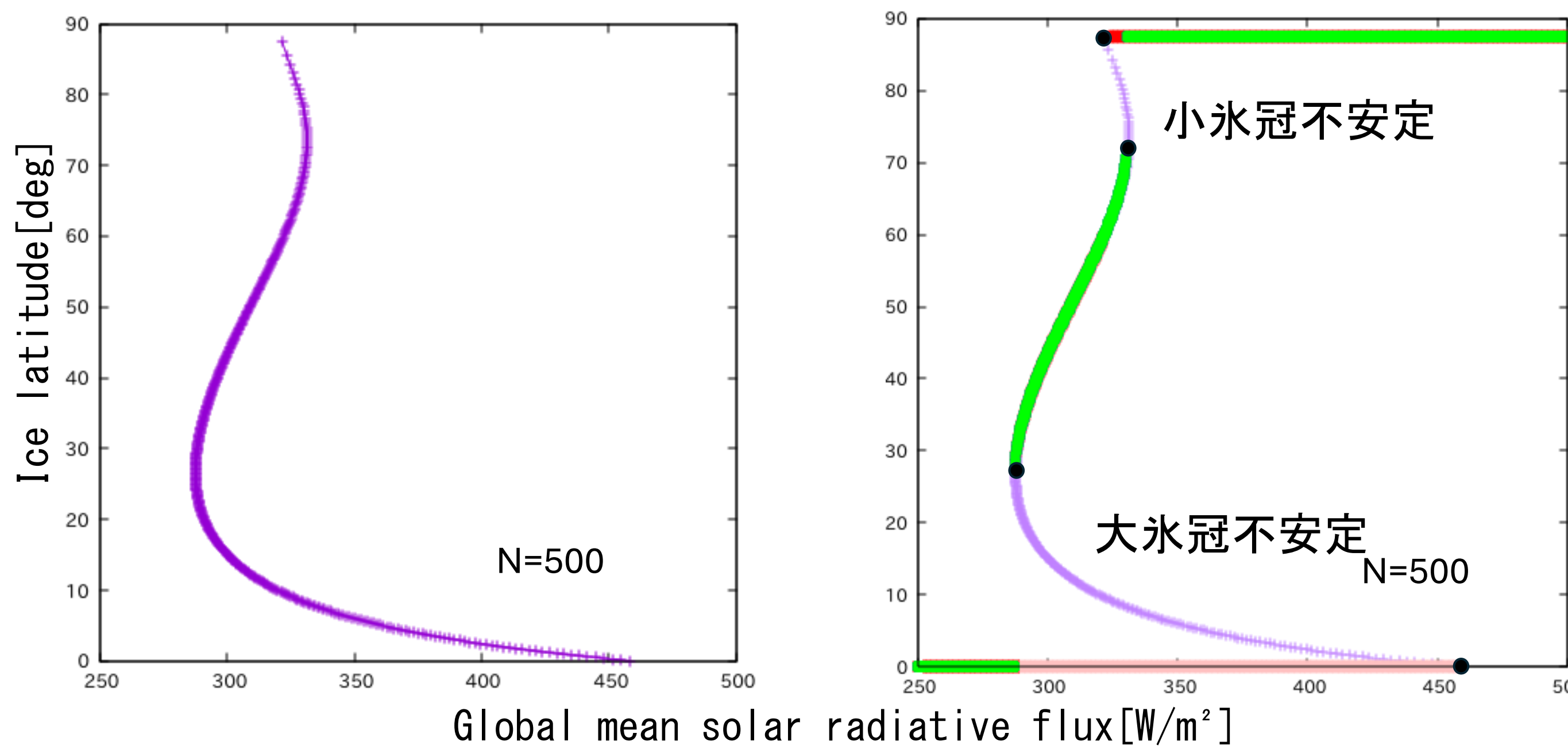
赤道付近では
およそ 350 [K] に収束する。

極付近では
およそ 240 [K] に収束する。

・平衡時の温度分布のグラフと、水の凝固点温度の直線との交点の x 座標が氷線緯度となり、各全球平均太陽放射フラックスについて計算する。この図より、同じ太陽定数での初期値依存性を見ることができる。



・行列計算では、不安定解と部分凍結解を得ることができ、その二つの図を重ねることで、不安定解から安定解への気候ジャンプを考察することができる。



まとめ

・安定解のみの図より、同じ太陽定数でも初期値が異なると、収束する状態も異なることがわかった。
また、一度安定状態になると、臨界点を超えるまでその状態は維持される。

・安定解と不安定解を重ねた図より、大氷冠不安定における、部分凍結解の臨界点を超えた際の氷床の拡大、縮小の過程を考察することができた。
これにより、正のフィードバック効果によって不安定な状態は部分凍結解と全球凍結解二つの安定な状態へ収束することが分かった。
また、小氷冠不安定については、そのプロセスを完全に説明できていないため、今後の課題である。