流体力学方程式の応用例

2026年11月09日

ここでは

- 流体力学の方程式を用いた研究例を紹介する

- 流体力学の方程式を解く方法の簡単な紹介
  - 数値流体力学
- 大気循環・気候状態の計算例
  - 系外惑星の気候

基礎方程式

運動方程式 $$\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t}+v_k\frac{\partial v_i}{\partial x_k}\right)=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \Phi}{\partial x_i}+F_i$$

質量保存則 $$\frac{d\rho}{dt}+\rho\frac{\partial v_k}{\partial x_k}=0$$

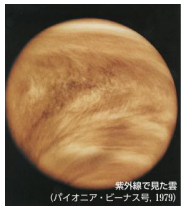
エネルギー保存則 $$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\varepsilon v)=-\nabla\cdot q+Q$$

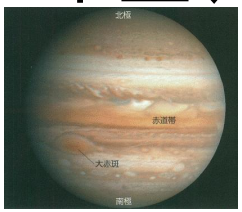
地球惑星科学分野への適用例

- 対象はいろいろ
  - 大気：地球、 火星、 金星、 木星、系外惑星

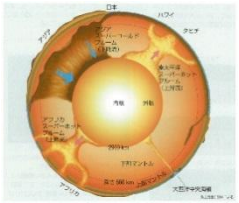




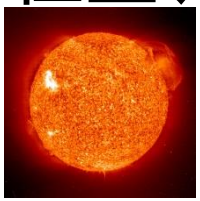
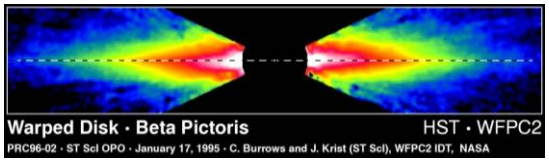




  - 海洋
  - 惑星内部：コア、マントル



  - その他の天体：恒星、 原始惑星系円盤

  - 工学分野・医学分野：車、部屋の中の気流、血流など
- 方法：ナビエ・ストークス方程式の解を求める

ナビエ・ストークス方程式を解く

- ナビエ・ストークス方程式は多くの場合、解析的に解くことができない

$$\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t}+v_k\frac{\partial v_i}{\partial x_k}\right)=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \Phi}{\partial x_i}+F_i$$

移流項：非線形効果

- 解析的に解くなら、近似が必要
  - スケーリング
  - 非常に簡単な近似方程式の例：拡散方程式
- 解析的に解くことをあきらめて、数値的手法に頼ることがほとんど

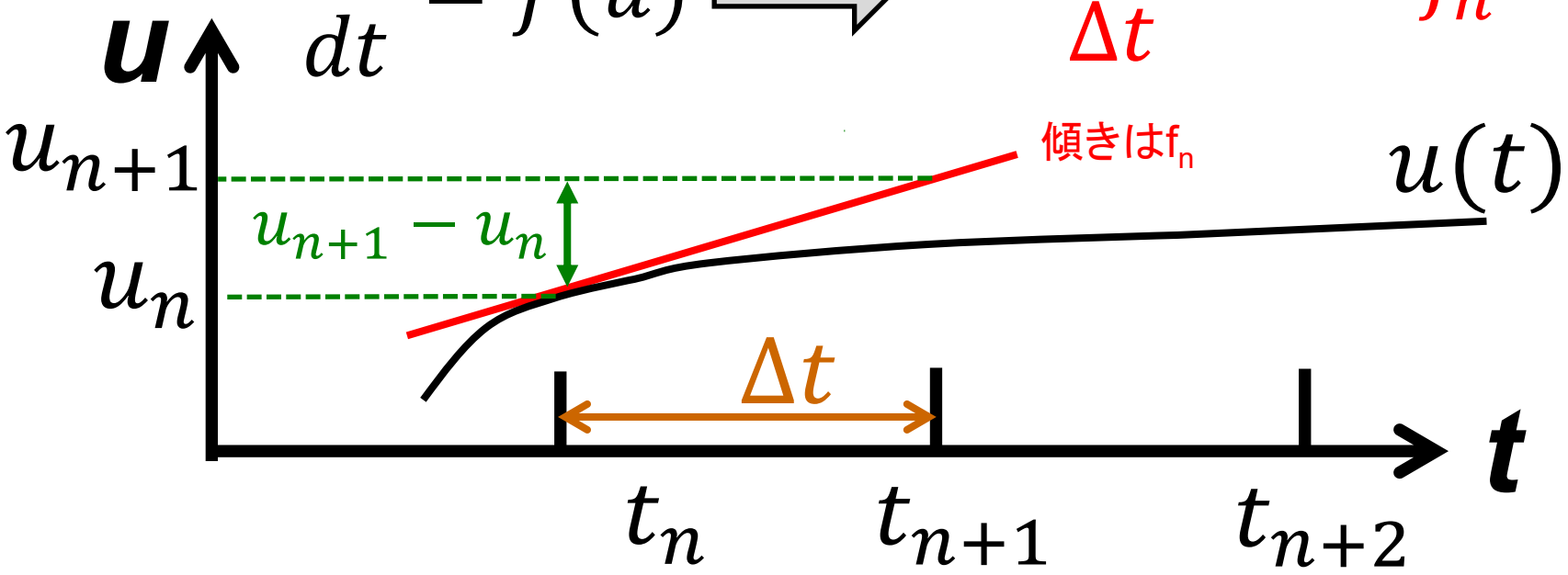
数値流体力学
(Computational Fluid Dynamics)

- ナビエ・ストークス方程式を数値的に解く
  - 計算機で数値積分を実行する
  - 科学における「第四の手法」と呼ばれることもある
- 利点
  - 条件を変えれば多様な解を求めることができる
  - 観測・実験が困難な場合でも解を求めることができる
- 欠点
  - 計算結果が正しいかどうかの検討が必要

数値的な時間積分

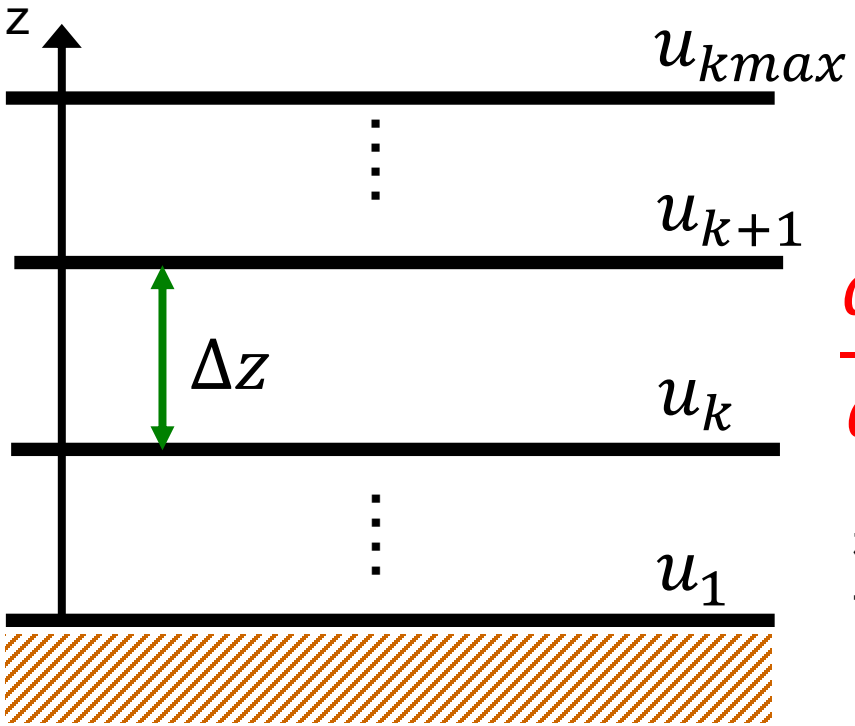
- 離散的な時刻のみを考える（差分化）
- 各時刻における時間変化率の値を使った「外挿」の繰り返し計算
- 具体例

$$\frac{du}{dt} = f(u) \Rightarrow \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} = f_n$$



数値的な空間微分の表現

- **離散的な点（格子点）上の値のみを考える**
  - 微分は格子点上の値の差であらわす
  - 格子点間隔より小さいスケールの現象は表現できない

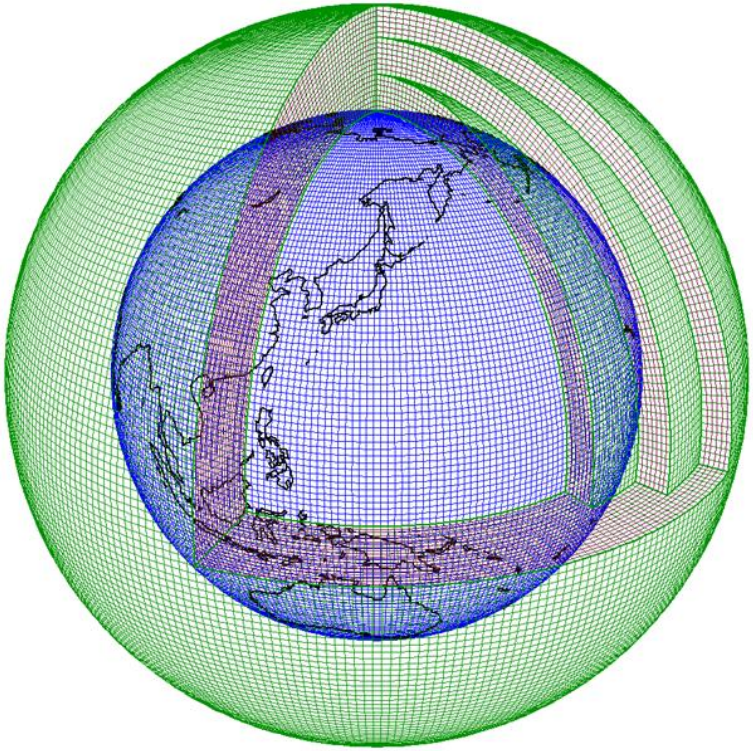


$$\frac{du}{dz} \rightarrow \frac{u_{k+1} - u_k}{\Delta z}$$

格子点数が多いほど
モデル解像度は高くなる

大気への適用

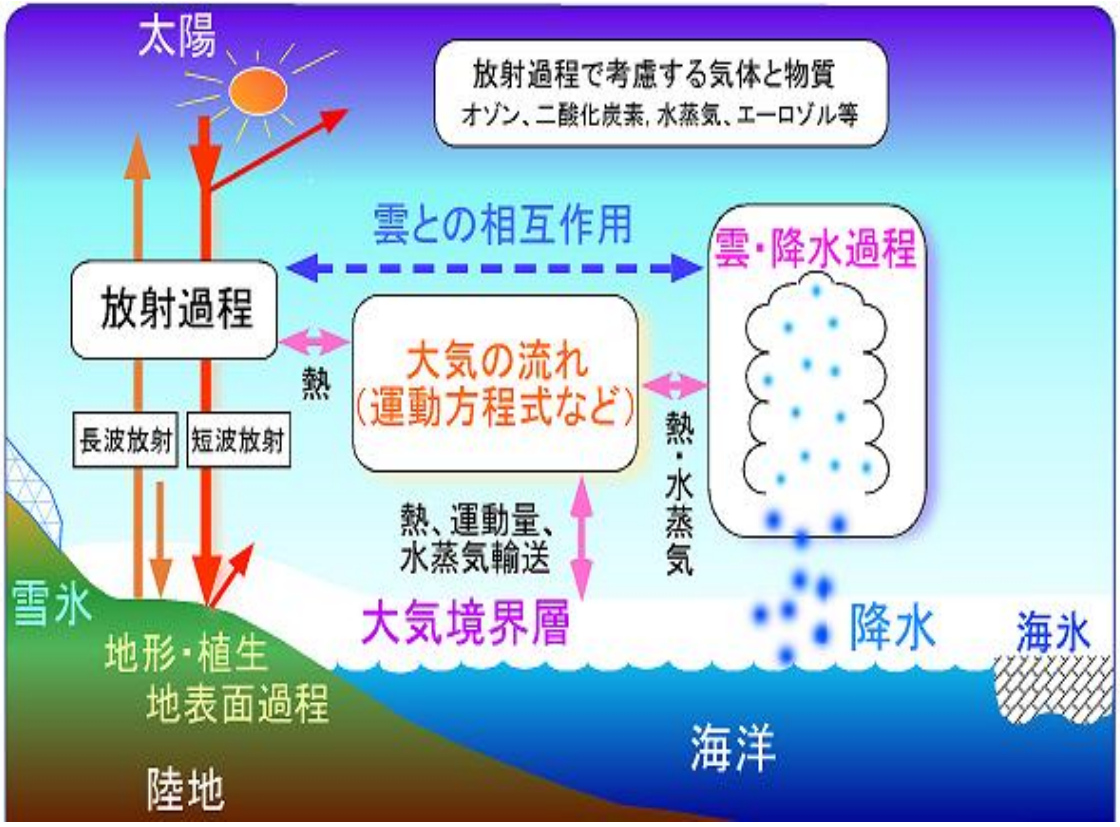
- 大気全体の循環を計算する場合、3次元球殻領域を考える。球面座標系を使用



http://www.jma.go.jp/jma/kishou/know/whitep/1-3-1.html

大気の「特殊事情」

- 水蒸気を考慮する必要がある
- 放射・雲・乱流などを考慮する必要がある
  (格子点間隔より小スケールの過程の表現が必要)



http://www.jma.go.jp/jma/kishou/know/whitep/1-3-1.html

大気に関する基礎方程式

運動方程式

$$\rho\left(\frac{\partial v_i}{\partial t}+v_k\frac{\partial v_i}{\partial x_k}\right)=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial \Phi}{\partial x_i}+F_i$$

F_i：
粘性
地表からの運動量流入
乱流による輸送
回転の効果

質量保存則

$$\frac{d\rho}{dt}+\rho\frac{\partial v_k}{\partial x_k}=0$$

エネルギー保存則

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t}+\nabla\cdot(\rho\varepsilon v)=-\nabla\cdot q+Q$$

Q：
粘性加熱
放射加熱
凝結加熱
地表からの熱流入
乱流による輸送

水蒸気の式

$$\frac{dq}{dt}=S$$

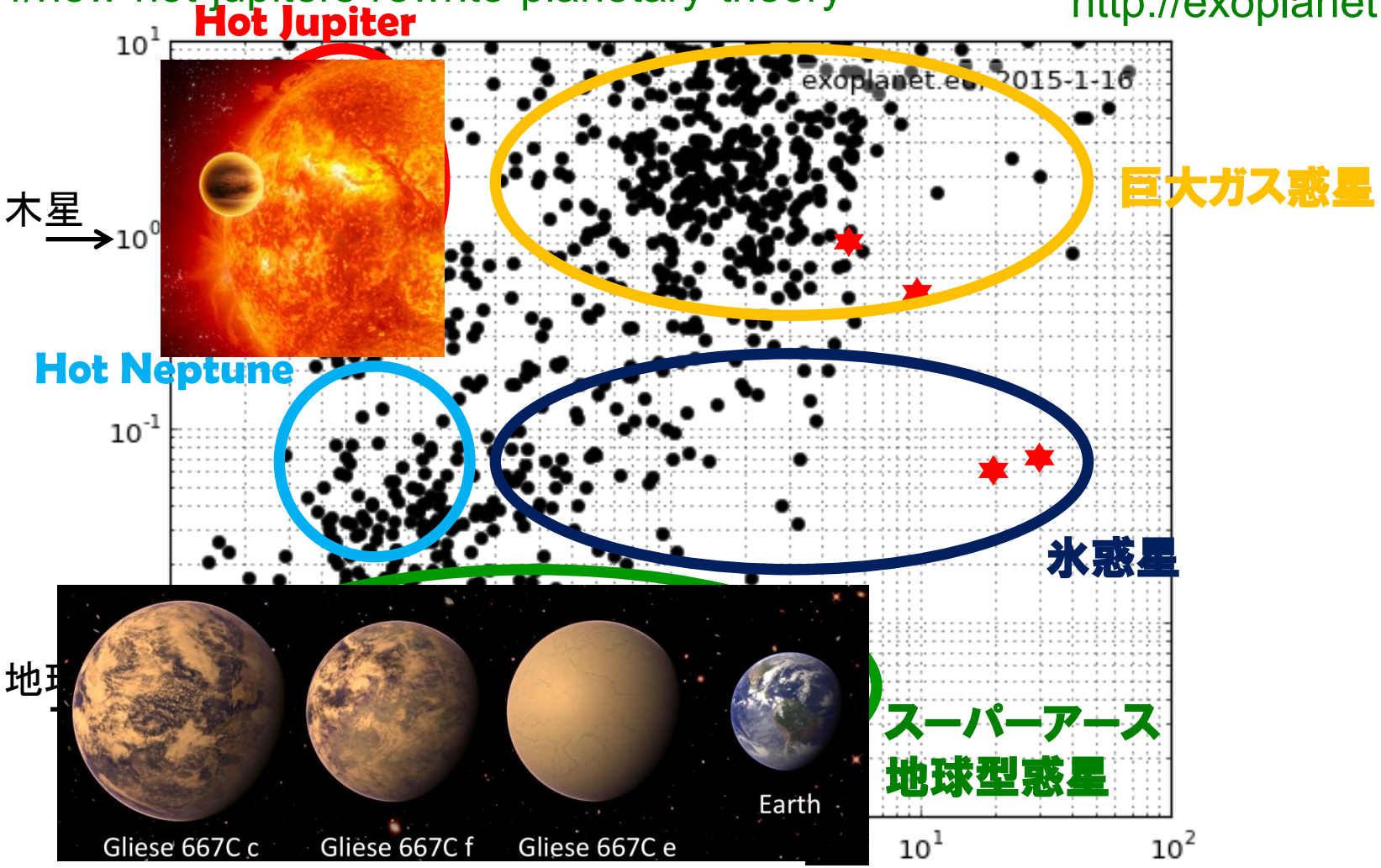
状態方程式

$$p=\rho RT$$

応用例：系外惑星

http://www.cosmosmagazine.com/news/3404/new-hot-jupiters-rewrite-planetary-theory

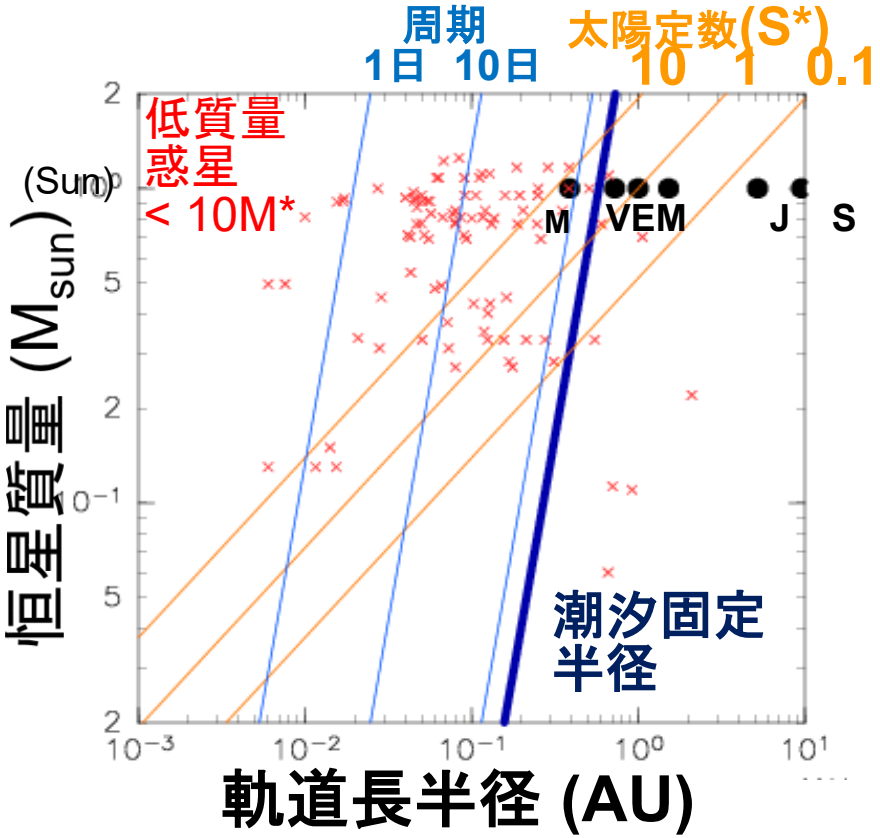
http://exoplanet.eu/



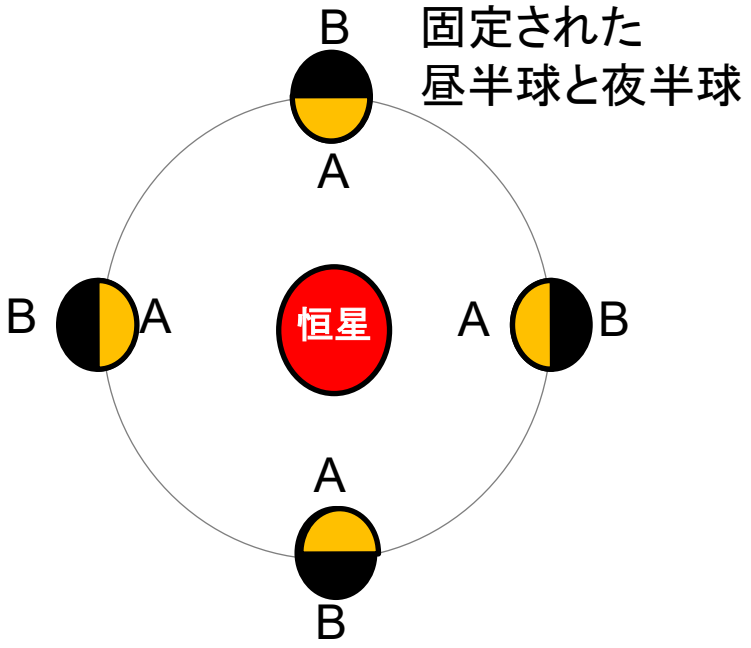
http://www.drewexmachina.com/2014/09/07/habitable-planet-reality-check-gj-667c

同期回転惑星

- 低質量の系外惑星の多くは潮汐固定
  - 固定された昼半球と夜半球が存在する世界
- 地球型惑星が存在する可能性も
  - 新たな気候の研究対象の出現



http://exoplanet.eu/catalog

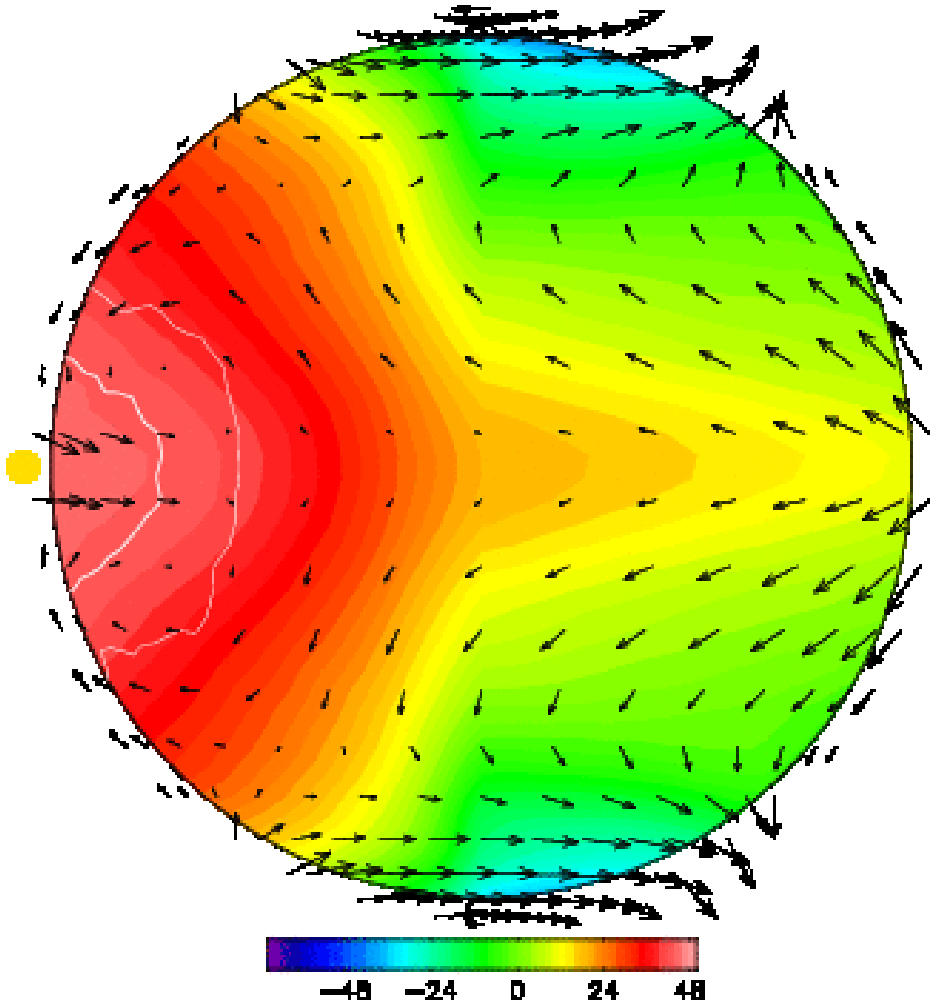


同期回転惑星の大気循環

Ω^*=0.5, S=1600W/m^2 の場合

計算結果：365日平均場の視点を変えた動画

黄色点：
恒星直下点

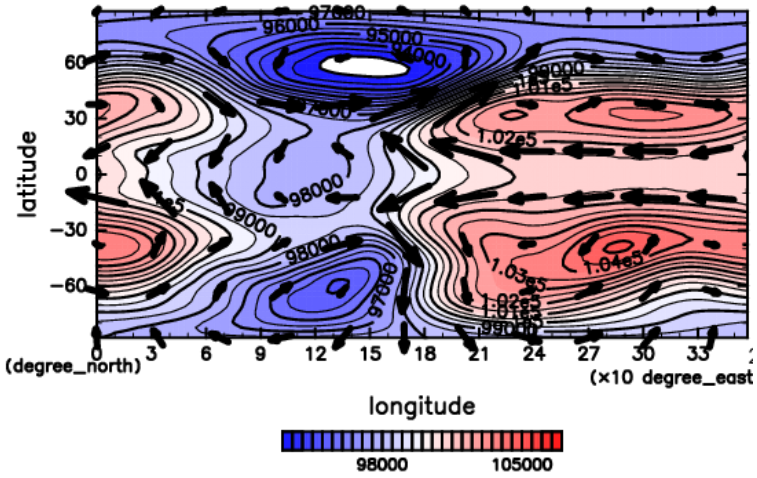


色: 表面温度
矢印: 水平風
等値線: 降水

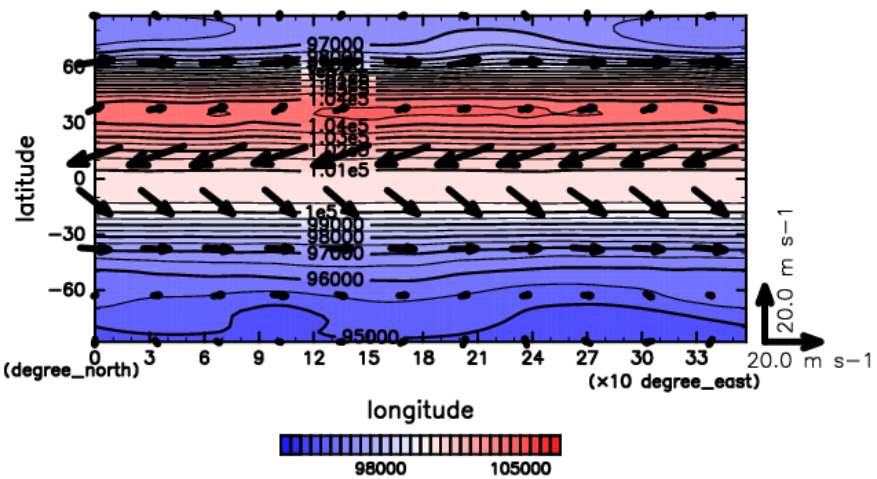
地球の循環との比較

大気最下層
水平風、
表面気圧

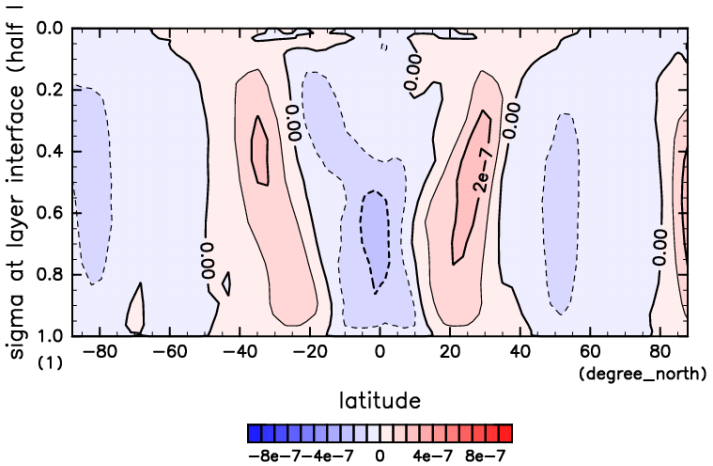
同期回転惑星

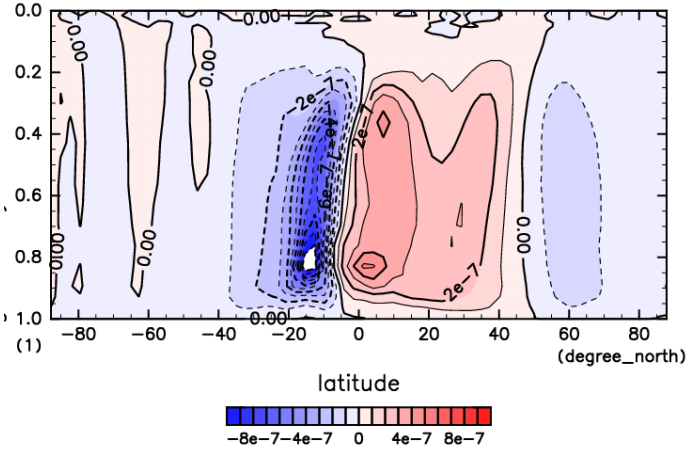


地球実験(12-2月の時間平均)



鉛直風





気候の太陽定数依存性

- 地球条件で太陽定数を変化させる
- 地球のような気候が得られる条件の考察
  - 火星・金星・地球の違い



http://www.solarviews.com/raw/mars/mars060.jpg



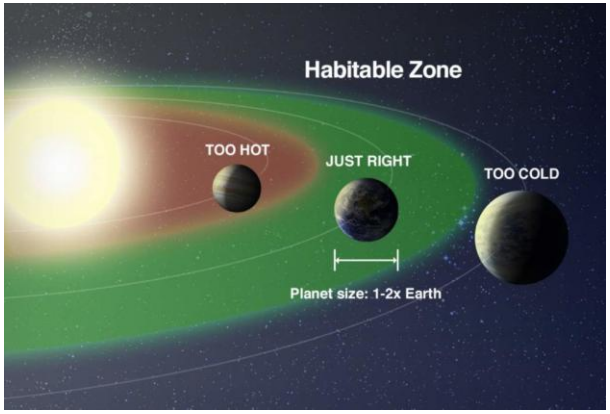
http://www.solarviews.com/raw/earth/earthx.jpg



http://www.solarviews.com/browse/venus/venusmar.jpg

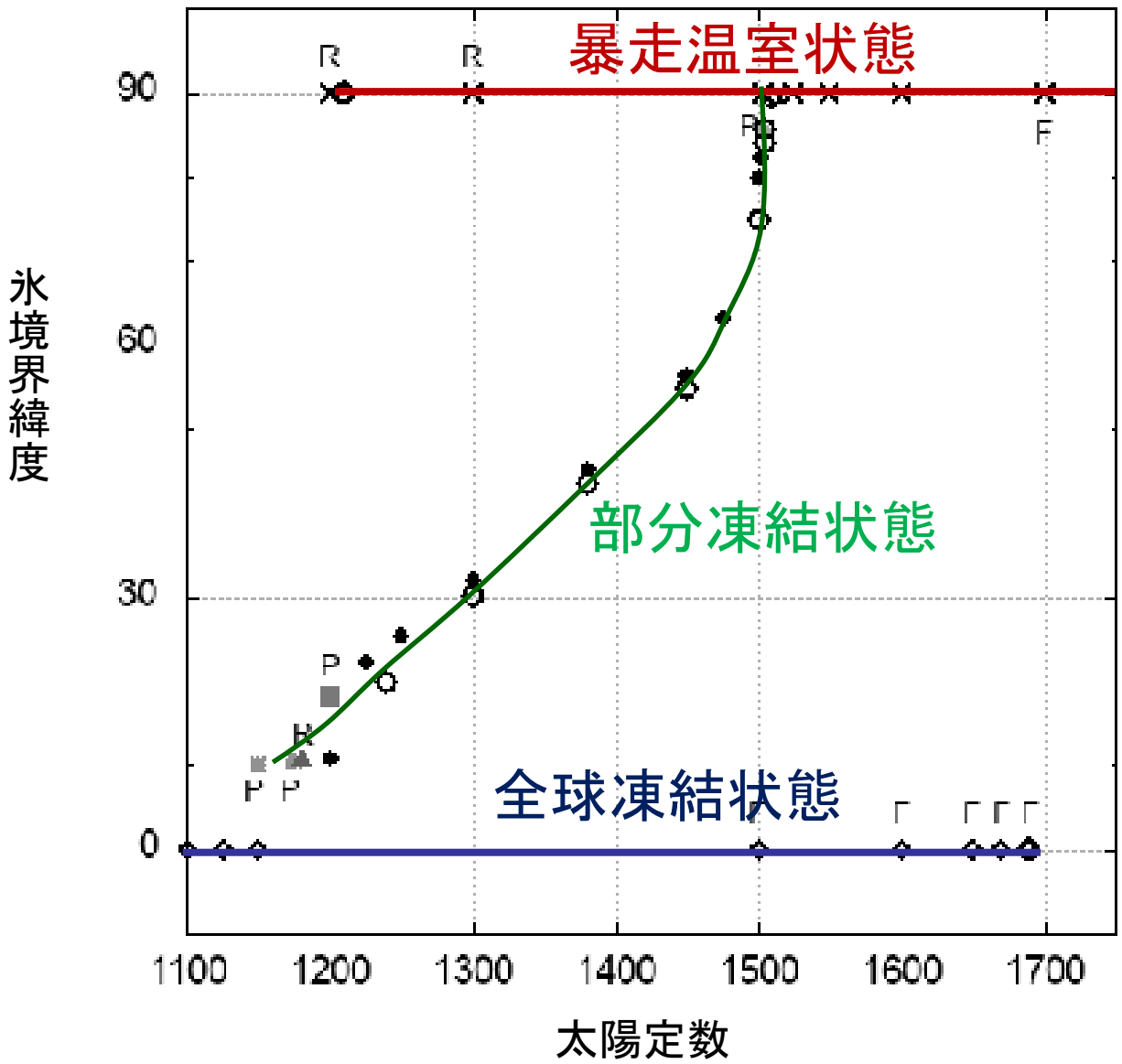
太陽定数

  - ハビタブルゾーンの決定



https://exoplanets.nasa.gov/the-search-for-life/habitable-zones/

気候レジーム図


暴走温室状態
部分凍結状態
全球凍結状態
氷境界緯度
太陽定数
90
60
30
0
1100
1200
1300
1400
1500
1600
1700

まとめ

- 流体力学を応用する多くの場合では数値的に解が「求められる」（求まった解に対する検証は必要）
- 地球大気も系外惑星大気でも、同じ流体力学方程式に従う（はず）なので、同じ手法で流れを求めることができる
- 方程式は同じでも条件に応じて多様な流れができる。流れは多様でも共通した流体力学の知見を使って考察・理解することができる