

修士論文

回転球殻 MHD ダイナモの数値モデルの構築
Numerical modeling of magnetohydrodynamic dynamo in
rotating spherical shell

佐々木 洋平
Youhei SASAKI

北海道大学大学院理学研究科 地球惑星科学専攻
地球惑星流体科学講座 地球流体力学研究室 修士課程 2 年

平成 15 年 1 月 31 日

要旨

天体固有磁場の生成維持機構を詳細を調べるために, 回転球殻中に存在する導電性流体の対流運動とそれに伴うダイナモ作用を計算するための数値モデル(以下, 回転球殻 MHD ダイナモ)を構築した.

天体固有磁場の空間構造・時間変動の様相は多岐にわたる. それら磁場の生成維持機構を調べるには計算機による数値実験が最も有効な手段である. 近年, 計算機の性能が向上したことにより回転球殻 MHD ダイナモの数値計算を用いた研究が多く行なわれるようになり, モデルの性能を比較検討するためのベンチマークが報告された(Chirstensen et al., 2001, 以下ダイナモベンチマーク).

本研究では構築したモデルを用いてベンチマークテストを行ない, 得られた結果をダイナモベンチマークと比較した. 計算は, 磁場の無い球殻熱対流(case0)と, 球殻の内側と外側が不導体である場合のダイナモ計算(case1)の二つについて, 各々空間解像度を変えて3通り行なった. その結果, case0の計算結果はベンチマークテストと良く一致したもののcase1の計算結果には有意な差が見られた. その原因はまだ調査中であり, 今後の課題である.

計算結果を元に, case0とcase1の空間構造について, 特に対流パターンの形成とパターン伝播の仕組み, そして磁場生成維持機構について定性的な理解を試みた. case0では, 球殻外側程対流セルが東へと傾く螺旋状パターンが形成され, そのパターンが東向きへ伝播して行く. このメカニズムはロスビー波の性質として定性的に理解する事ができた. 一方でcase1では, 球殻内部に渦の柱が局所的に存在し, 磁場の強い領域はその渦柱と一致する. case1に於ける磁場生成維持機構を, 単純な α - ω ダイナモとして理解しようと試みた. しかし, トロイダル磁場生成過程は ω 効果では説明でき無かった.

目次

第1章	始めに	1
第2章	モデルの定式化	4
2.1	系の設定と支配方程式系	4
2.2	方程式系のポテンシャルによる表現	7
2.3	境界条件	8
2.4	数値計算法	9
2.4.1	空間離散化	9
2.4.2	時間積分法	9
第3章	計算結果とベンチマークとの比較	10
3.1	ダイナモベンチマークの実験設定と比較するデータ	10
3.2	本モデルでの計算設定	14
3.3	必要な計算機資源	14
3.4	ダイナモベンチマークとの比較	15
3.4.1	エネルギーの時間変動	15
3.4.2	数値の比較	15
3.4.3	空間構造の比較	15
第4章	空間構造の解析	22
4.1	case0 の空間構造	22
4.1.1	パターン伝播	22
4.1.2	螺旋状パターンの形成	23
4.1.3	平均東西風の生成	23
4.2	case1 の空間構造	31
4.2.1	ポロイダル磁場生成過程	31
4.2.2	トロイダル磁場生成過程	32
第5章	結論	45
	謝辞	46
	参考文献	47

図目次

1.1	主なシミュレーション研究での無次元数の設定 (Kono and Roberts, 2001) .	2
2.1	系の模式図	4
3.1	初期値として与える温度場の分布	12
3.2	初期値として与える磁場の分布	13
3.3	case0 でのエネルギーの時間変化	16
3.4	case1-T21N16 でのエネルギーの時間変化	17
3.5	case1-T21N32 でのエネルギーの時間変化	18
3.6	case1-T42N32 でのエネルギーの時間変化	19
3.7	空間構造の比較	20
4.1	case0-T42N32 での赤道断面における温度場	24
4.2	case0-T42N32 での赤道断面における鉛直流の分布	25
4.3	case0-T42N32 での上端付近における速度のトロイダルポテンシャルの分布	26
4.4	case0-T42N32 での本初子午線 ($\lambda = 0$) における東西風の分布	27
4.5	地形性ロスビー波によるパターン伝播の説明 (竹広, 1994).	28
4.6	ロスビー波による螺旋上パターン形成の説明 (竹広, 1994).	29
4.7	case0-T42N32 での平均東西流	30
4.8	case1-T42N32 での赤道断面における温度場	32
4.9	case1-T42N32 での赤道断面における鉛直流の分布	33
4.10	case1-T42N32 での上端付近における速度のトロイダルポテンシャルの分布	34
4.11	case1-T42N32 での赤道断面における渦度 (緯度成分) の分布	35
4.12	case1-T42N32 での緯度 ($\lambda = 70$) での東西風の分布	36
4.13	case1-T42N32 での赤道断面におけるポロイダル磁場の分布	37
4.14	case1-T42N32 での上端付近におけるポロイダル磁場の分布	38
4.15	case1-T42N32 での上端付近における磁場のトロイダルポテンシャル	39
4.16	case1-T42N32 での本初子午線断面におけるトロイダル磁場の分布	40
4.17	case1-T42N32 でのヘリシティとトロイダル磁場との積の帯状平均値	41
4.18	case1-T42N32 でのトロイダル電流の帯上平均	42
4.19	case1-T42N32 での ω 効果のイメージ	43
4.20	case1-T42N32 でのトロイダル磁場の帯上平均	44

表目次

2.1	スケーリングに用いた量とその記号	6
-----	----------------------------	---

3.1	ベンチマークにおける計算例と無次元数等の設定	10
3.2	波数切断と時刻刻みの設定	14
3.3	ダイナモベンチマークとの比較: case0 の場合	21
3.4	ダイナモベンチマークとの比較: case1 の場合	21

第1章

始めに

固有磁場を持つ天体は数多く存在している。Stevenson (2002) によれば、その特徴を観測されている空間構造で分類すると次の通りである:

- 双極子成分の大きさが他の成分に比べて卓越
 - 太陽, 地球, 木星, 土星, ガニメデ
- 双極子成分と四重極子成分の大きさが同程度
 - 天王星, 海王星
- 地殻の永久磁化による小さな固有磁場が残存
 - 月, 火星

また時間変動については、地球磁場は非周期的に極性を反転させ、太陽磁場は 22 年間隔で周期的に極性を反転する事が知られている。このように天体固有磁場の特徴は多岐にわたるものの、その主な生成維持機構は天体内部に存在する導電性流体の対流とそれに伴うダイナモ過程であると考えられている。

天体内部における対流は駆動する仕組みが天体毎に異なると予想されている。そのため先ずは、磁場生成維持過程を「回転球殻中の磁気流体によるダイナモ過程(以下、「回転球殻 MHD ダイナモ」とする)」としてモデル化し詳細を明らかにする事で、このモデルでは説明できない事柄を個々の天体特有の情報として明確化する事ができると考えられる。

また、地球や木星など現在でも強い磁場を持つ天体の場合には、観測された固有磁場から天体深部の物質の状態や運動に関する情報が得られる可能性がある(地球については、例えば Matsushima and Honkura, 1989)。これをより正確に行なうためにも、固有磁場生成維持機構を詳細に明らかにする必要がある。

回転球殻 MHD ダイナモの物理過程は非線形過程であるため、直接取り扱うには数値計算が最も有効な手段である。近年の計算機能力の向上により、回転球殻 MHD ダイナモの完全 3 次元数値計算が可能となった。現在では数値モデルを用いた研究が数多く行なわれるようになってきている(図 1.1)。

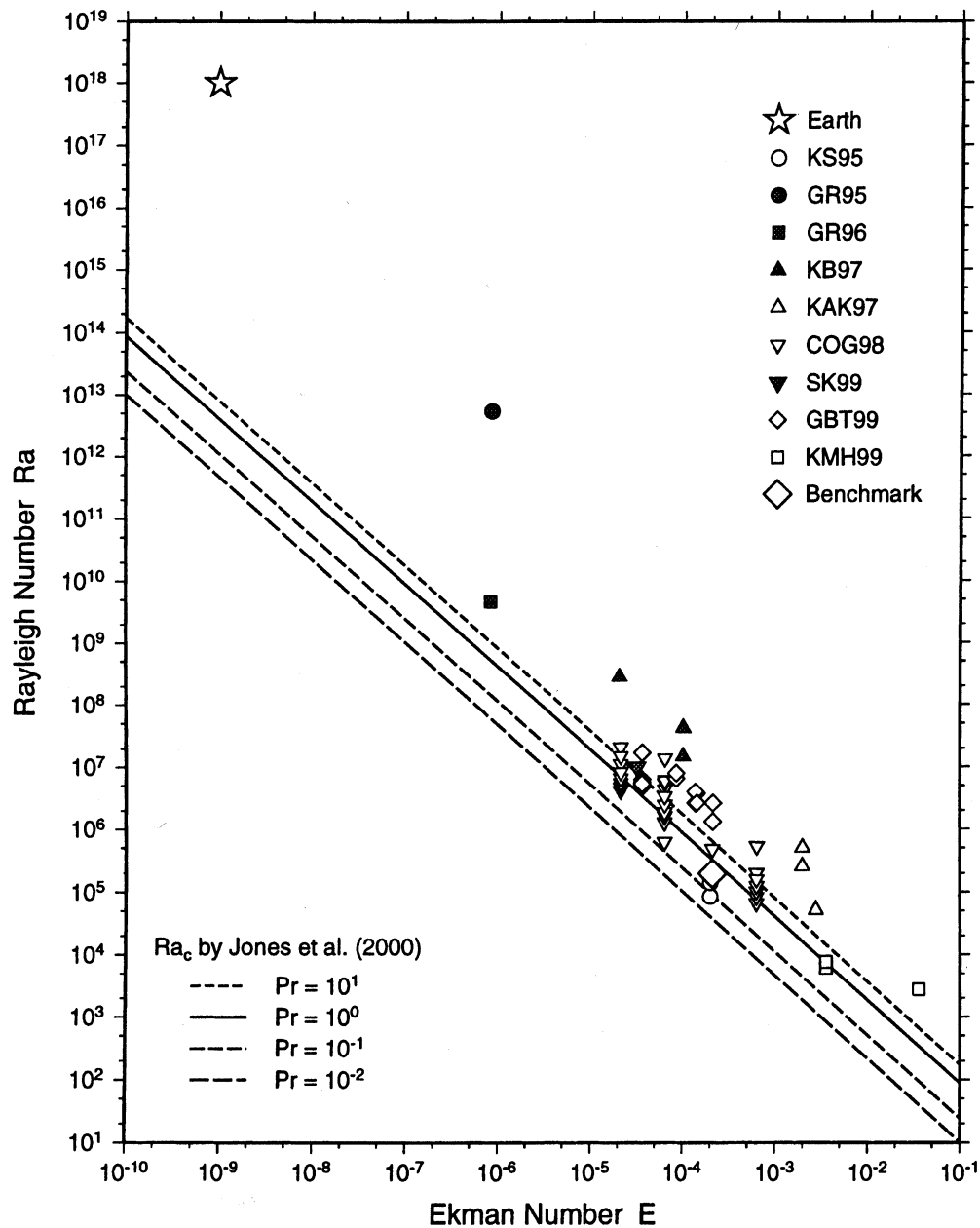


図 1.1: 今まで行なわれた主な数値計算での無次元数の設定 (Kono and Roberts, 2001). 縦軸がレイリー数, 横軸がエクマン数. 斜め線は Jones et al. (2000) で見積もられたプランドル数に対応する臨界レイリー数である. Ra_c が地球外核について予想される値であり, Ra_c がダイナモベンチマーク, それ以外は点一つが一つの研究に対応する. 略称は各々, KS95: Kageyama et al. (1995), GR95: Glatzmaier and Roberts (1995), KB97: Kuang and Bloxham (1997), KAK97: Kida et al. (1997), COG98: Christensen et al. (1998), SK99: Sakuraba and Kono (1999), GBT99: Grote et al. (1999), KMH99: Katayama et al. (1999).

これにともない

1. 研究グループ毎の数値コードの信頼性の確認
2. 既存の数値解法の精度と性能の評価
3. 新たにコードを開発するための基準となる解の作成

を目的とした, 回転球殻 MHD ダイナモのベンチマークが Chirstensen et al. (2001) として報告されている (以下「ダイナモベンチマーク」とする). つまり現在では, 回転球殻 MHD ダイナモを研究するためには数値モデルが必要不可欠となっている.

またこれらの研究の多くは地球磁場の生成過程を明らかにする事を目的としている事が多い. 特に多くのモデルでは, 地球の特徴の一つと考えられている, 導電性の固体核を球殻中心部に組み込んでいる. 天体毎の固有磁場生成過程を明らかにするためには, 汎用性を持ち, 物理過程の組み込みが容易な数値モデルが便利である.

そこで本研究では, SPMODEL ライブラリ (竹広ほか, 2002) を用いる事で汎用性と可変性に優れた回転球殻 MHD ダイナモの数値モデルを構築し, ダイナモベンチマークの設定で計算を行なう事で, モデルの性能を検討した.

本論文の構成は次の通りである. 本論文の構成は次の通りである. 第2章ではモデルの定式化を行なう. 第3章では数値計算の設定をまとめ, 計算結果とダイナモベンチマークとの比較を行なう. 第4章では計算結果のうちダイナモベンチマークに明示されていない空間構造を図示し, 対流構造と磁場生成過程について定性的な考察を行なう. 第5章が結論である.

第2章

モデルの定式化

本章ではモデルの定式化と数値解法についてまとめる。

2.1 系の設定と支配方程式系

図2.1のような, 角速度 Ω で回転する半径 r_i, r_o の球に挟まれた球殻内に存在する導電性流体の運動を考える. 球殻の回転軸方向 (図2.1での z 軸方向) の単位ベクトルを k とする. 座標系として球殻の中心を原点とする緯度経度座標系 (λ, φ, r) を用いる. 以下では球殻上部境界 ($r = r_o$) と球殻下部境界 ($r = r_i$) を各々「上端」「下端」と表す事とする.

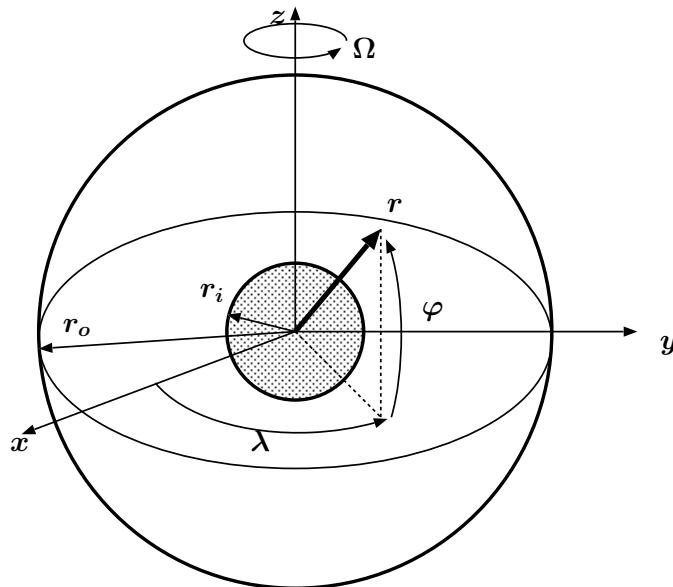


図 2.1: 考える系の模式図と座標系.

球殻内の流体は熱源を持たないとする。流体に対してブシネスク近似と MHD 近似を適用する。この場合の支配方程式系は次の通りである:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + 2\Omega \mathbf{k} \times \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0} \nabla p + \alpha T \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{\mu_0 \rho_0} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \kappa \nabla^2 T. \quad (2.4)$$

(2.1) が連続の式と磁場のソレノイダル条件, (2.2) が運動方程式, (2.3) が誘導方程式, そして (2.4) が熱の式である。各々の記号が何を表しているかは次の通りである:

- \mathbf{u} 流体の速度. 成分毎に書く場合には, $\mathbf{u} = (u, v, w)$ とする.
- \mathbf{B} 磁束密度. 成分毎に書く場合には, $\mathbf{B} = (B_\lambda, B_\varphi, B_r)$ とする.
- ρ_0 流体の密度 (一定).
- p 圧力.
- T 温度.

また, 以下の記号は物性定数であり, これらは一定であるとする.

- ν 動粘性率.
- κ 熱拡散率.
- α 体積膨張率.
- η 磁気拡散率.
- μ_0 真空での透磁率.

\mathbf{g} は重力加速度ベクトルである。本モデルでは \mathbf{g} として密度が一定な球体の自己重力場を考え, さらに簡単のため系の回転及び流体の運動による非対称な成分を無視する。すなわち

$$\mathbf{g} = -\gamma \mathbf{r} \quad (2.5)$$

である。ここで \mathbf{r} は球殻中心からの位置ベクトル, γ は上端における重力加速度の大きさであり, 定数である。

基本場として境界で温度を固定した場合の磁場の無い静止状態を考える。この場合の基本場の温度分布 $T_0(r)$ は, 球殻の厚さを $D \equiv r_o - r_i$, 上端の温度を 0, 下端の温度を ΔT として

$$T_0(r) = \frac{r_o r_i}{r} \frac{\Delta T}{D} - r_i \frac{\Delta T}{D} \quad (2.6)$$

となる。

方程式系 (2.1) ~ (2.4) に対して長さスケールを球殻の厚さ D , 時間スケールを粘性拡散時間 D^2/ν , 温度スケールを上端と下端の温度差 ΔT , 速度スケールを ν/D , 非静水圧力のスケールを $\rho_0\nu\Omega$, 磁束密度のスケールを $\sqrt{\rho_0\nu\mu_0\Omega}$ を選びスケーリングを行う. スケーリングに用いた量を表 2.1 に示す.

表 2.1: スケーリングに用いた量とその記号

物理量	記号	意味
長さスケール	D	球殻の厚さ
時間スケール	D^2/ν	粘性拡散時間
温度スケール	ΔT	上端と下端の温度差
速度スケール	D/ν	
圧力のスケール	$\rho_0\nu\Omega$	
磁束密度のスケール	$\sqrt{\rho_0\nu\mu_0\Omega}$	

その結果, 支配方程式系は次のようになる:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.7)$$

$$E \left\{ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla^2 \mathbf{u} \right\} + 2\mathbf{k} \times \mathbf{u} = -\nabla p + Ra \frac{\mathbf{r}}{r_o} T + \frac{1}{Pm} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (2.8)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{Pm} \nabla^2 \mathbf{B}, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) T = \frac{1}{Pr} \nabla^2 T. \quad (2.10)$$

ここで, $\mathbf{u}, \mathbf{B}, p, T$ は各々無次元化された速度, 磁束密度, 圧力, 温度を表すと定義し直した. また, スケーリングされた基本場の温度分布は

$$T_0(r) = \frac{r_i r_o}{r} - r_i \quad (2.11)$$

となる.

(2.7) ~ (2.10) に現れる無次元数 E, Ra, Pm, Pr は各々エクマン数, 修正レイリー数, プランドル数, 磁気プランドル数であり, 各々次式で定義される:

$$E \equiv \frac{\nu}{\Omega D^2}, \quad Ra \equiv \frac{\alpha \gamma \Delta T D}{\nu \Omega}, \quad Pr \equiv \frac{\nu}{\kappa}, \quad Pm \equiv \frac{\nu}{\eta}. \quad (2.12)$$

これに加えて, 系を特徴づけるパラメータとして球殻の内径外径比 $\xi \equiv r_i/r_o$ がある. 上端と下端の座標をスケーリングし, ξ を用いて表すと

$$r_o = \frac{1}{1-\xi}, \quad r_i = \frac{\xi}{1-\xi}. \quad (2.13)$$

以上, (2.7) ~ (2.10) が本論文で解いている方程式系である. これらは座標系として緯度経度座標系を用いている事を除けば, ダイナモベンチマークの方程式系に一致する.

2.2 方程式系のポテンシャルによる表現

実際の数値計算では、連続の式及び磁場のソレノイダル条件 (2.7) を用いて、速度場と磁場をトロイダル、ポロイダルポテンシャルに分解している:

$$\mathbf{u} = \nabla \times (\psi \mathbf{r}) + \nabla \times \nabla \times (\phi \mathbf{r}), \quad (2.14)$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times (g \mathbf{r}) + \nabla \times \nabla \times (h \mathbf{r}). \quad (2.15)$$

これらのポテンシャル ψ, ϕ, g, h を用いて方程式系 (2.8) ~ (2.10) を表す.

運動方程式 (2.8) のポテンシャルによる表現は、 $\mathbf{r} \cdot \nabla \times$, $\mathbf{r} \cdot \nabla \times \nabla \times$ を作用することで得られ、

$$\left\{ \left(\nabla^2 - \frac{\partial}{\partial t} \right) L_2 + \frac{2}{E} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right\} \psi - \frac{2}{E} Q \phi = \mathbf{r} \cdot \nabla \times \left(\boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{u} - \frac{1}{EP_m} \mathbf{J} \times \mathbf{B} \right), \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \left\{ \left(\nabla^2 - \frac{\partial}{\partial t} \right) L_2 + \frac{2}{E} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right\} \nabla^2 \phi + \frac{2}{E} Q \psi - \frac{Ra}{r_o E} L_2 T \\ = -\mathbf{r} \cdot \nabla \times \nabla \times \left(\boldsymbol{\zeta} \times \mathbf{u} - \frac{1}{EP_m} \mathbf{J} \times \mathbf{B} \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

となる. ここで $\boldsymbol{\zeta} \equiv \nabla \times \mathbf{u}$ は渦度, $\mathbf{J} \equiv \nabla \times \mathbf{B}$ は電流密度である. 流体の非線形項の変形にはベクトル公式

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\mathbf{u} \times \boldsymbol{\zeta} + \frac{1}{2} \nabla u^2 \quad (2.18)$$

を用いた. また、式中の L_2, Q はそれぞれ次式で定義される微分演算子である:

$$\begin{aligned} L_2 &\equiv -r^2 \nabla^2 + \frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial}{\partial r} \\ &= -\left[\frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{\cos \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\cos \varphi \right) \frac{\partial}{\partial \varphi} \right] \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned} Q &\equiv \mathbf{k} \cdot \nabla - \frac{1}{2} (L_2 \mathbf{k} \cdot \nabla + \mathbf{k} \cdot \nabla L_2) \\ &= -r \sin \varphi \nabla^2 + \left(L_2 + r \frac{\partial}{\partial r} \right) \times \left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial r} - \frac{\cos \varphi}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right). \end{aligned} \quad (2.20)$$

誘導方程式 (2.9) のポテンシャルによる表現は $\mathbf{r} \cdot \nabla \times$, $\mathbf{r} \cdot$ を作用する事で得られる:

$$\left(\frac{1}{Pm} \nabla^2 - \frac{\partial}{\partial t} \right) L_2 g = -\mathbf{r} \cdot \nabla \times \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad (2.21)$$

$$\left(\frac{1}{Pm} \nabla^2 - \frac{\partial}{\partial t} \right) L_2 h = -\mathbf{r} \cdot \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (2.22)$$

熱の式 (2.10) の表現は変わらない. すなわち、

$$\left(\frac{1}{Pr} \nabla^2 - \frac{\partial}{\partial t} \right) T = (\mathbf{u} \cdot \nabla) T. \quad (2.23)$$

本モデルでは、以上の (2.16), (2.17), (2.21), (2.22), (2.23) を数値的に解いている.

2.3 境界条件

速度場についての境界条件には運動学的境界条件と力学的境界条件がある。運動学的境界条件は、境界を横切る流れが存在しない、である。すなわち

$$w = 0, \quad \text{at } r = \frac{\xi}{1-\xi}, \quad \frac{1}{1-\xi} \quad (2.24)$$

である。これをポテンシャルで表現すれば、

$$\phi = 0, \quad \text{at } r = \frac{\xi}{1-\xi}, \quad \frac{1}{1-\xi}. \quad (2.25)$$

力学的境界条件としては、滑り無し条件を用いる。滑り無し条件は、流体が境界において静止している、である。すなわち、

$$u = v = 0, \quad \text{at } r = \frac{\xi}{1-\xi}, \quad \frac{1}{1-\xi} \quad (2.26)$$

である。これをポテンシャルで表現すれば

$$\frac{\partial \phi}{\partial r} = \psi = 0, \quad \text{at } r = \frac{\xi}{1-\xi}, \quad \frac{1}{1-\xi}. \quad (2.27)$$

熱的境界条件としては、既に述べたように境界における温度を固定した場合を考える。すなわち、

$$T = 0 \quad \text{at } \frac{1}{1-\xi}, \quad T = 1 \quad \text{at } \frac{\xi}{1-\xi}. \quad (2.28)$$

磁場が存在する場合には、磁場の境界条件として球殻の外部が電気伝導度 0 の物質である場合を考える。この場合、磁場は境界において外部のポテンシャル場 B_e に接続される。すなわち、

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_e, \quad \text{at } r = \frac{\xi}{1-\xi}, \quad \frac{1}{1-\xi}, \quad (2.29)$$

となる。ここで B_e はそのポテンシャルを W とする時 $B_e = \nabla W$, $\nabla^2 W = 0$ を満たす。実際に計算する式は、ポテンシャル W, g, h を球面調和関数で展開し係数を比較する事で

$$\tilde{g}_n^m = 0, \quad \text{at } r = \frac{1}{1-\xi}, \quad r = \frac{\xi}{1-\xi}. \quad (2.30)$$

$$\frac{d\tilde{h}_n^m}{dr} + \frac{(n+1)\tilde{h}_n^m}{r} = 0, \quad \text{at } r = \frac{1}{1-\xi}, \quad (2.31)$$

$$\frac{dh_n^m}{dr} - \frac{nh_n^m}{r} = 0, \quad \text{at } r = \frac{\xi}{1-\xi}. \quad (2.32)$$

ここで $\tilde{g}_n^m(r), \tilde{h}_n^m(r)$ はそれぞれ g, h の球面調和関数展開した各成分の係数である。

2.4 数値計算法

数値解法は Glatzmaier (1984) と同じ方法である。

2.4.1 空間離散化

空間微分の評価には擬スペクトル法を用いた。これは線形項の空間微分の評価にスペクトル法を用い、非線形項の評価には、スペクトルを一度格子点上に戻して積を求め、その積をスペクトルへ再変換して評価する方法である。

スペクトル変換には、地球流体電脳倶楽部で公開されている SPMODEL ライブラリ (竹広ほか, 2002) を用いた。SPMODEL ライブラリでは Fortran 90 の「配列を返す関数を定義できる機能」を用いて空間微分演算子をモジュール化している。このライブラリを用いる事で、プログラム作成時には方程式系における線形項の空間微分の離散化を便宜上簡略化する事ができる。

本モデルでは SPMODEL ライブラリのうち、3次元回転球殻用モジュール (wt_module) を用いている。wt_module では直交関数系として水平方向には球面調和関数を、鉛直方向にはチェビシェフ多項式を用いている。境界条件の適用には選点法を用いた。wt_module の詳細については

http://www.gfd-dennou.org/arch/spmodel/spml/doc/wt_module.htm

を参照されたい。

2.4.2 時間積分法

時間積分法として、拡散項については Crank–Nicolson 法を、それ以外の項については Adams–Bashforth 法を用いた。これらはどちらも 2 次精度の時間積分法である。

Adams–Bashforth 法は多段公式であり、空間微分の評価が一回で済むため経済的である上、計算機モードを時間刻みを小さくする事で抑える事ができる。また、この方法以外の多段公式では、チェビシェフ多項式を用いて展開した場合に常に計算不安定である事も知られている (Boyd, 1999)。よって拡散項以外には Adams–Bashforth 法を用いた。

Crank–Nicolson 法を用いた理由は、拡散項を解く際の数値的収束性を高めるためである。

第3章

計算結果とベンチマークとの比較

構築したモデルを持ちいてダイナモベンチマークと同じ設定で数値計算を行ない, 結果の比較を行なった. 以下では先ずダイナモベンチマークの実験設定をまとめた後, 本モデルで行なった計算設定と結果の比較を行なう.

3.1 ダイナモベンチマークの実験設定と比較するデータ

ダイナモベンチマークでは,

- case0 : 磁場の無い回転球殻対流
- case1 : 球殻の中心 (以下, 内球) が不導体であり, 自転速度が変化しない
- case2 : 内球が流体と同じ電気伝導度を持つ導体で, 回転角速度が変化する

という3通りの計算に対する解を提示している (以下, 基準解とする). 無次元数は Christensen et al. (1999) において報告された準定常解が得られる設定である. この設定では解像度が比較的小さい場合でも解が得られる事が知られている. 計算例と無次元数等の設定を表 3.1 に示す.

表 3.1: ベンチマークにおける計算例と無次元数等の設定

	case 0	case 1	case 2
E	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}
R_a	100	100	110
P_r	1	1	1
P_m	0	5	5
差動回転	無し	無し	有り
内球の電磁氣的性質	不導体	不導体	$P_m = 5$ の導体

初期値の設定は次の通りである:

- 速度場として静止場を与えた.
- 温度場としては, 基本場 (2.11) に赤道対称な東西波数 4 の擾乱を加えた分布

$$T = \frac{r_o r_i}{r} - r_i + \frac{210A}{\sqrt{17920\pi}} \times (1 - 3x^2 + 3x^4 - x^6) \cos^4 \varphi \cos 4\lambda, \quad (3.1)$$

$$x = 2r - r_i - r_o, \quad A = 0.1$$

を与えた. 図 3.1 にその分布を示す.

- 磁場としては, 双極子磁場に軸対称なトロイダル磁場を重ね合わせた分布

$$B_\lambda = 5 \sin(\pi(r - r_i)) \sin 2\varphi, \quad (3.2)$$

$$B_\varphi = \frac{5}{8} \left(9r_o - 8r - \frac{r_i^4}{r^3} \right) \cos \varphi, \quad (3.3)$$

$$B_r = \frac{5}{8} \left(8r_o - 6r - 2\frac{r_i^4}{r^3} \right) \sin \varphi, \quad (3.4)$$

を与えた. 図 3.2 にその分布を示す.

基準解の空間構造は赤道対称であり, そのパターンが東西どちらかに伝播していく. 解を

$$(\mathbf{u}, \mathbf{B}, T) = \mathbf{f}(\lambda - \omega t, \varphi, r) \quad (3.5)$$

と表す. ここで ω はパターン伝播の角速度であり, 以下では「ドリフト振動数」とする.

ダイナモベンチマークで提示されているデータは次の通りである:

- 球殻全体での平均運動エネルギー E_{kin} :

$$E_{kin} = \frac{1}{2V_s} \int_{V_s} \mathbf{u}^2 dV \quad (3.6)$$

ここで V_s は球殻の全体積を表す.

- 球殻全体での平均磁気エネルギー E_{mag} :

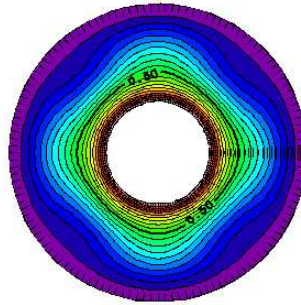
$$E_{mag} = \frac{1}{2V_s E P m} \int_{V_s} \mathbf{B}^2 dV \quad (3.7)$$

- ドリフト振動数 ω ,
- 温度 T ,
- 東西風 u ,
- 磁場の緯度成分 B_φ (case1 のみ).

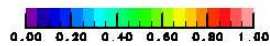
ω, T, u, B_φ の値は, 球殻中点の赤道上で, 対流セルの境界点, すなわち次式を満たす点での値である:

$$\varphi = 0, \quad r = \frac{r_i + r_o}{2}, \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial \lambda} > 0. \quad (3.8)$$

initital temp. at equator



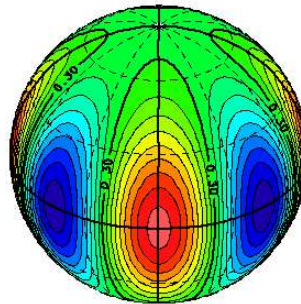
CONTOUR INTERVAL = 5.000E-02



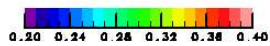
glool4/fortran90

date: 3/ 1/27 page: 1

initital temp. at mid-depth



CONTOUR INTERVAL = 1.000E-02

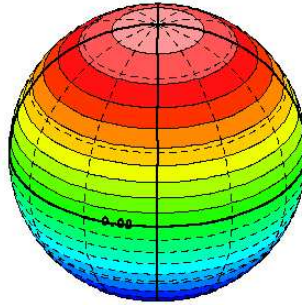


glool4/fortran90

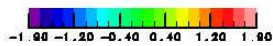
date: 3/ 1/28 page: 1

図 3.1: 初期値として与える温度場の分布.
 上が赤道断面を北極側からみた図, 下が球殻中点での分布. 等値線間隔は, 上が 0.05, 下が 0.01.

initial radial-mag. at surface



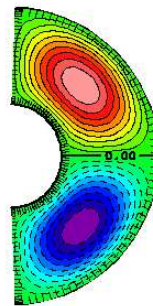
CONTOUR INTERVAL = 2.000E-01



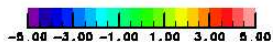
glool4/fortran90

date: 3/ 1/26 page: 1

initial toroidal-mag. at lon=0



CONTOUR INTERVAL = 5.000E-01



glool4/fortran90

date: 3/ 1/26 page: 1

図 3.2: 初期値として与える磁場の分布.
 上が球殻表面での磁場の動径成分 (ポロイダル磁場) の分布, 下が子午線断面 ($\lambda = 0$) における磁場の経度成分 (トロイダル磁場) の分布. 等値線間隔は, 上が 0.04, 下が 0.05.

3.2 本モデルでの計算設定

本研究では構築したモデルを用いてダイナモベンチマークの case0, case1 の設定で計算を行なった.

計算は空間分解能を

- 水平切断波数 (以下, T) を 21, 42
- 鉛直切断波数 (以下, N) を 16, 32

と変えて, case0 及び case1 について各々 T21N16, T21N32, T42N32 の 3 通りずつ行なった. 時間刻み Δt の設定は, T21N16 の場合が $\Delta t = 2.0 \times 10^{-4}$ T21N32 及び T42N32 の場合が $\Delta t = 1.0 \times 10^{-5}$ である. それらの設定を表 3.2 にまとめる.

表 3.2: 波数切断と時間刻みの設定

実験	水平切断波数 T	鉛直切断波数 N	時間刻み Δt	本論文中での略称
case0	21	16	2.0×10^{-4}	case0-T21N16
	21	32	1.0×10^{-5}	case0-T21N32
	42	32	1.0×10^{-5}	case0-T42N32
case1	21	16	2.0×10^{-4}	case1-T21N16
	21	32	1.0×10^{-5}	case1-T21N32
	42	32	1.0×10^{-5}	case1-T42N32

3.3 必要な計算機資源

T21N16 の計算は CPU として AthlonMP 1600+ を二機搭載した PC/AT 互換機上で行ない, T21N32, T42N32 の計算は文部科学省国立天文台天文学データ解析センターの富士通 VPP5000 を用いて行なった.

必要となる計算機資源は, case1-T42N32 の場合で主記憶 123 メガバイト, 無次元時間 $t = 10$ までの計算に延べ実時間で 60 時間かった.

3.4 ダイナモベンチマークとの比較

3.4.1 エネルギーの時間変動

数値計算結果が準定常状態へ到達したかは, 平均運動エネルギー E_{kin} , 平均磁気エネルギー E_{mag} の時間変化によって判断した. 計算は case0 では $t = 2.0$ まで, case1 では $t = 10$ まで行ない, エネルギーが定常状態へ達するかを調べた. 結果を図 3.3 ~ 図 3.6 に示す.

case0 ではどの解像度においてもエネルギーは定常状態へ収束している. それに対して case1 で定常状態へ収束したのは case1-T42N32 のみであった. これは解像度が低いため流体運動によるダイナモ作用がうまく表現されないためだと予想される.

3.4.2 数値の比較

ダイナモベンチマークの基準解との比較結果を表 3.3 及び 表 3.4 に示す.

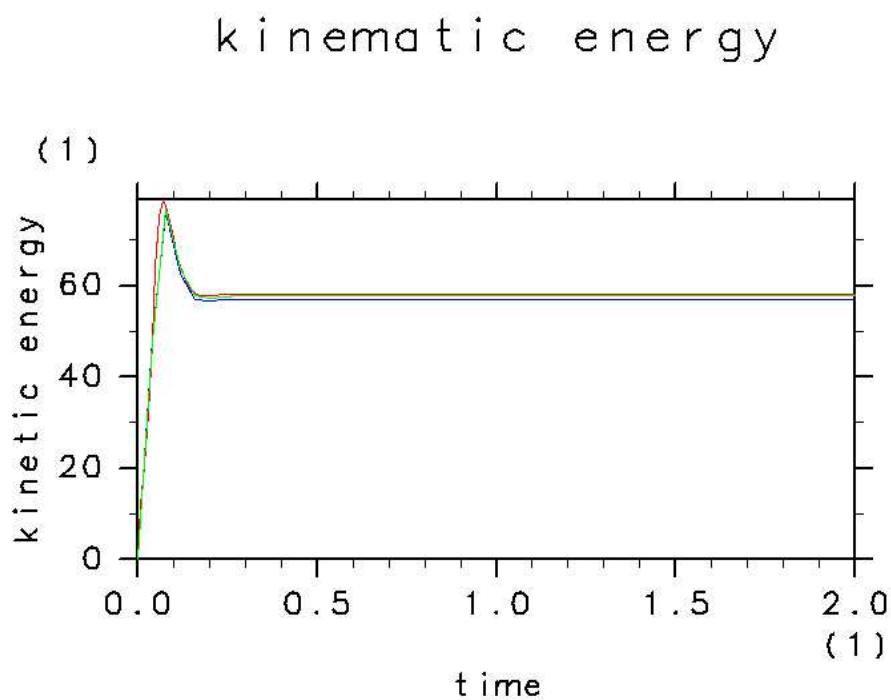
case0 ではいずれの計算結果も基準解との差は小さい. 本研究における計算はダイナモベンチマークで持ち寄られている計算結果に比較して空間分解能が小さいのでより高分解能の計算を行なう事でさらに基準解との差を縮められると予想される.

case1 では収束解が得られたものの, ダイナモベンチマークとには有意な差が見られる. その原因は現在解析中であり今後の課題である.

3.4.3 空間構造の比較

ダイナモベンチマークでは空間構造の図として, case1 における磁場の動径成分の上端付近での分布と, 速度の動径成分の球殻中点での分布を示している. それらの図と case1-T42N32 における同様の図を図 3.7 に示す.

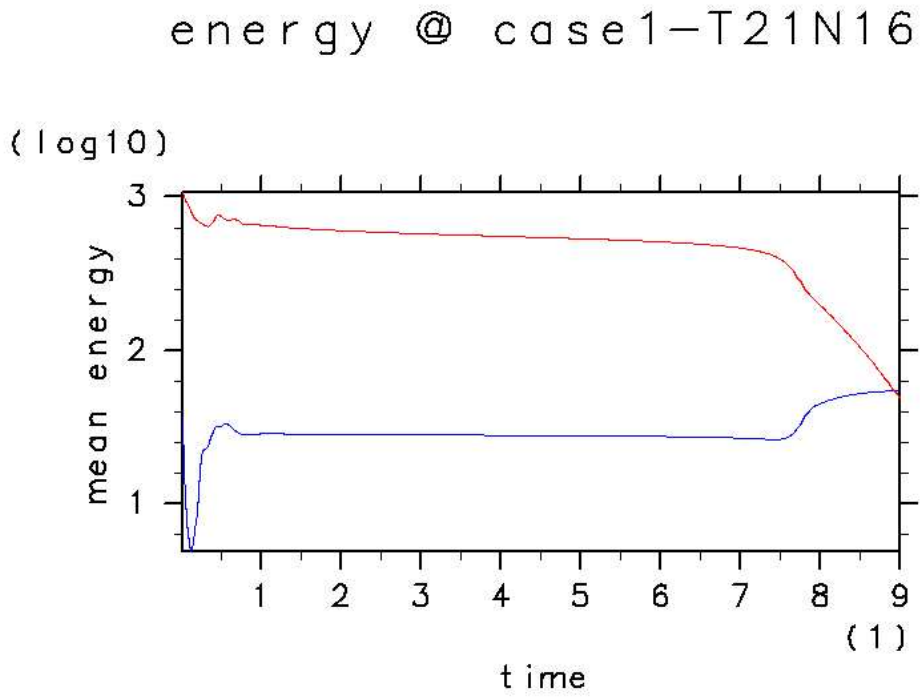
数値の比較から分かるように最大値にはベンチマークからのずれが見られるものの空間構造は良く一致している. 次章では本モデルによる計算結果の空間構造を示す.



gtool4/Fortran90

date: 3/ 1/27 page: 1

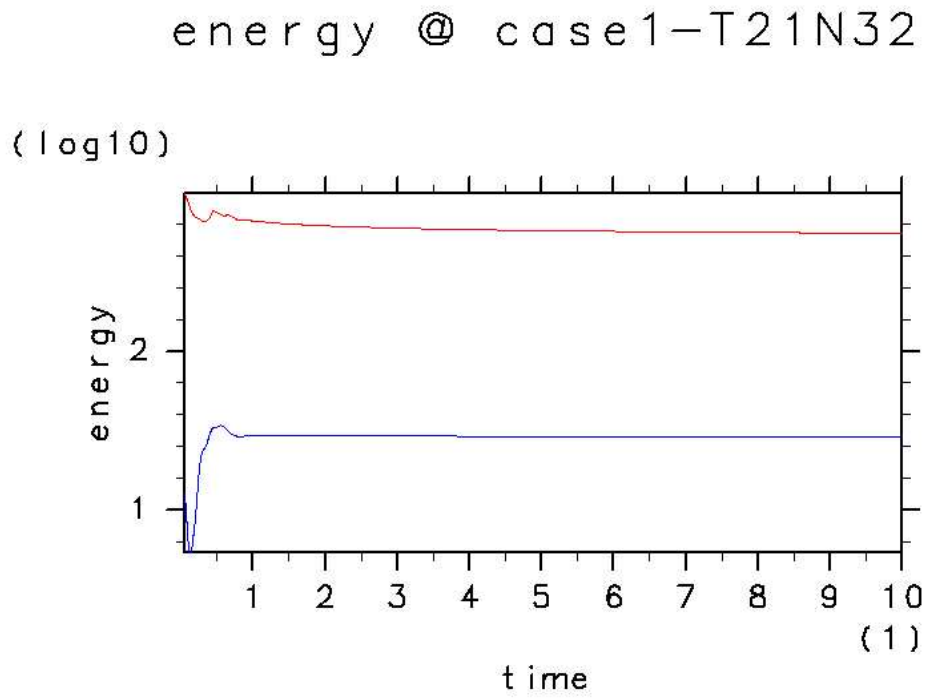
図 3.3: case0 でのエネルギーの時間変化.
縦軸がエネルギーの大きさ, 横軸が時間. 青線が case0-T21N16, 緑線が case0-T21N32, 赤線が case0-T42N32.



gtool4/fortran80

date: 3/ 1/30 page: 1

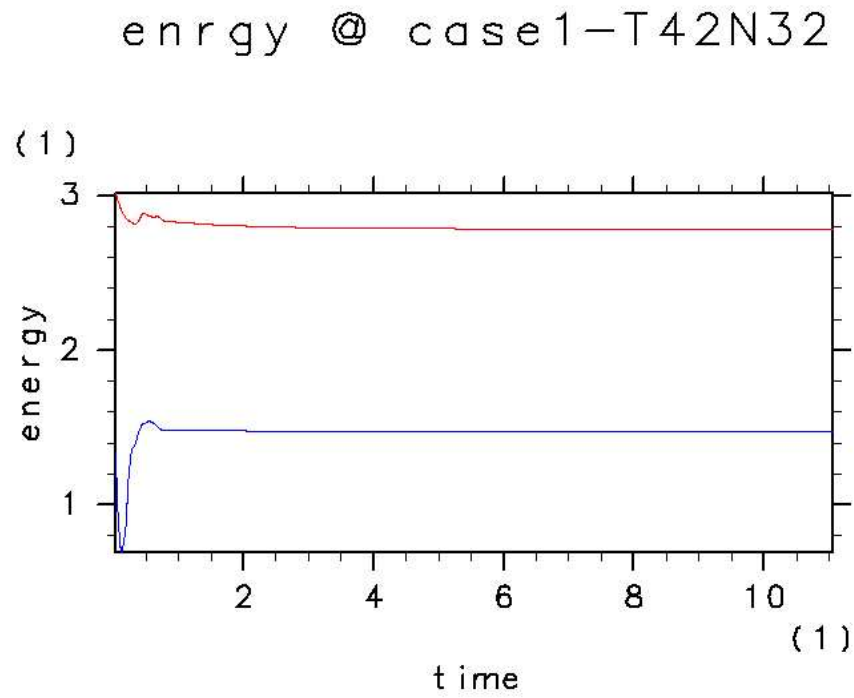
図 3.4: case1-T21N16 でのエネルギーの時間変化
 縦軸がエネルギーの大きさ (単位は Log_{10}), 横軸が時間. 青線が運動エネルギー E_{kin} , 赤線が磁気エネルギー E_{mag} .



gtool4/fortran90

date: 3/ 1/30 page: 1

図 3.5: case1-T21N32 でのエネルギーの時間変化
 図の意味は 図 3.4 に同じ.



gtool4/fortran80

date: 3/ 1/30 page: 1

図 3.6: case1-T42N32 でのエネルギーの時間変化
図の意味は 図 3.4 に同じ.

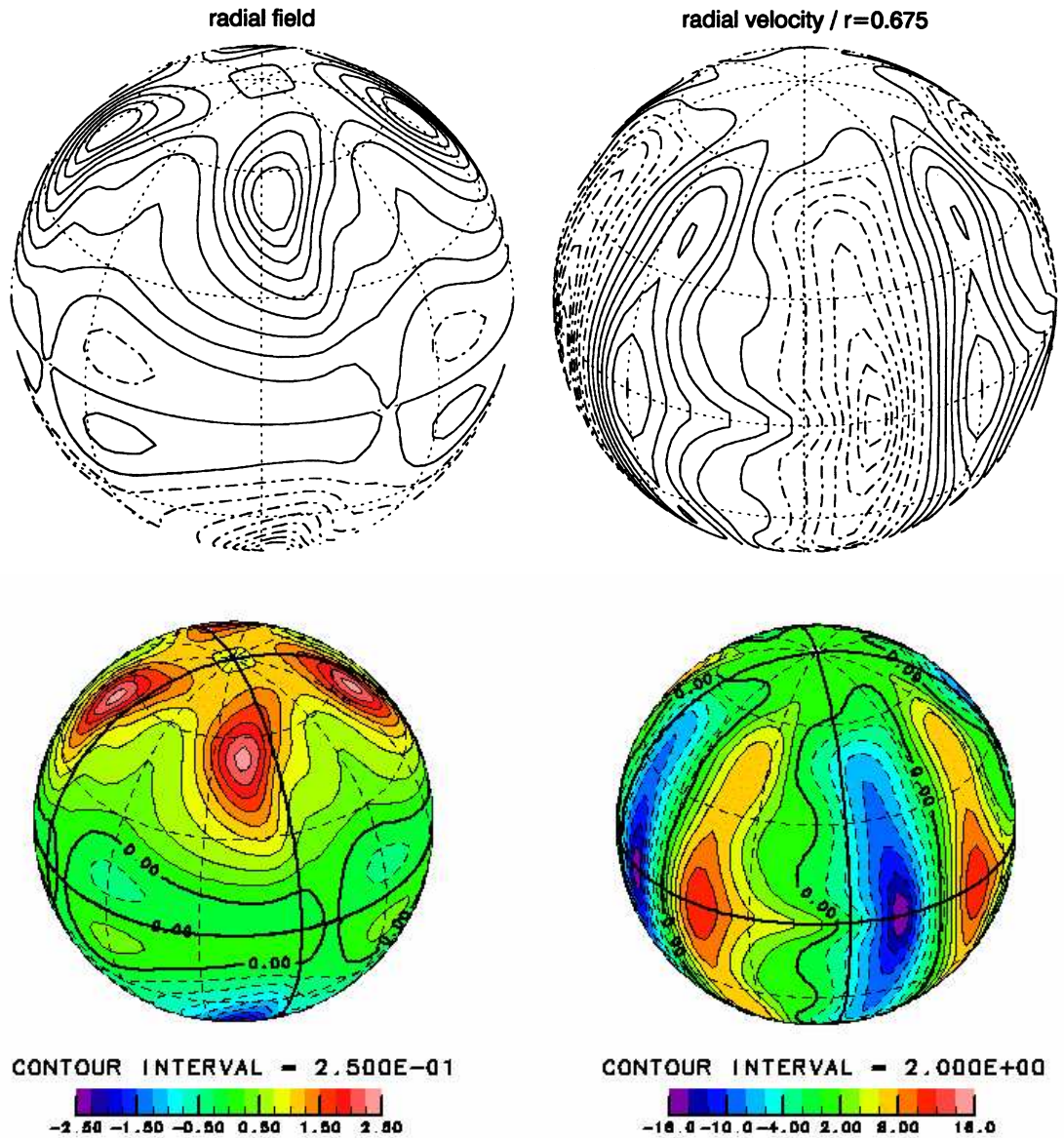


図 3.7: 空間構造の比較

上図がダイナモベンチマークにおいて示されている空間構造, 下図が case1-T42N32 の空間構造である. 上下とも, 右は磁場の動径成分の上端付近での分布, 左は速度の動径成分の球殻中点での分布である. 等値線間隔は右が 0.25, 左が 2, 上図では 0 以上の等値線が実線, 負の値の等値線が点線である.

表 3.3: ダイナモベンチマークとの比較: case0 の場合

	case0-ベンチマーク	case0-T21N16	case0-T21N32	case0-T42N32
E_{kin}	58.348 ± 0.050	57.713	58.138	58.281
T	0.42812 ± 0.00012	0.42353	0.43638	0.42888
u	-10.1571 ± 0.0020	-10.8958	-10.7235	-10.6243
ω	0.1824 ± 0.0050	0.1893	0.1965	0.1854

表 3.4: ダイナモベンチマークとの比較: case1 の場合

	case1-ベンチマーク	case1-T42N32
E_{kin}	30.733 ± 0.020	29.8615
E_{mag}	626.41 ± 0.40	607.53
T	0.37338 ± 0.00040	0.37461
u	-7.6250 ± 0.0060	-7.6726
B_φ	4.92829 ± 0.0060	4.8016
ω	-3.1017 ± 0.0040	-3.1373

第4章

空間構造の解析

本章では計算により得られた準定常解の空間構造について、特に対流パターンの形成とその伝播メカニズム、そして磁場維持過程について定性的な理解を試みる。

4.1 case0 の空間構造

case0 の準定常状態における空間構造を case0-T42N32 の $t = 2.0$ の場合を例に議論する。図 4.1 は赤道断面における温度の分布, 図 4.2 は赤道断面における鉛直流の分布, 図 4.3 は上端付近における速度のトロイダルポテンシャル ψ の分布であり, 球面上の流線関数を表している。これらの図より,

- case0 の対流では水平波数 4 のモードが卓越する。
- 上端へ近いほど対流セルが東向きに傾く, 螺旋状のパターンが形成される。

ことが分かる。また, この螺旋状パターンは形を変えず東向きに伝播していく。

パターン伝播の向きと螺旋状パターンが形成される理由は, ロスビー波によって定性的に理解できる (竹広, 1994)。

4.1.1 パターン伝播

先ずパターン伝播の向きについてである。図 4.2, 図 4.3, 及び図 4.4 より, 流体の運動についてはおおむねテ일러プラウドマンの定理が成立していると言える。すなわち, 対流セルは回転軸に沿った渦の柱を形成している。よって, 対流セルの境目において流れが上端から下端へ向かう所 (下降域) では渦柱が伸ばされ, 下端から上端へ向かう場合所 (上昇域) では渦の縮められる事となる。これは地形性ロスビー波の伝播メカニズムそのものである (図 4.5)。

4.1.2 螺旋状パターンの形成

次に螺旋状パターンの形成についてである。回転軸に沿って伸びた二次元的な渦運動を考えると、回転軸から遠い程境界の傾斜が急になるため、上端へ近いほど回転により対流運動が抑えられる。よって下端付近の方が上端付近より運動が生じやすい。このことは、対流が下端において駆動され上端においてエネルギーを散逸する構造を持っている事を示唆している。この時、下端付近で発生したロスビー波は上端付近へとエネルギーを運んでいることになる。

これを非粘性・非発散ロスビー波の分散関係から考える。図4.6のように、西向きに x 軸、動径方向に y 軸をとる。この時のロスビー波の分散関係式と y 方向の群速度 C_{gy} は

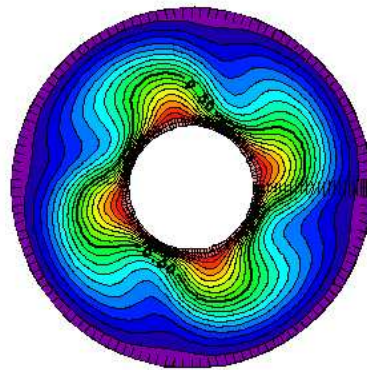
$$\omega_{\beta} = -\frac{\beta k}{k^2 + l^2}, \quad C_{gy} = \frac{2\beta kl}{k^2 + l^2} > 0 \quad (4.1)$$

となる。ここで ω_{β} は振動数、 k, l は各々 x, y 方向の波数であり、 β は地形性 β 効果を表している。 β は正であるから、 $kl > 0$ となり、上端へ近づく程波面は外側東へ傾く。また、外側程 β が大きくなるので分散関係式より上端へ近い程 l が大きくなるため波面は螺旋状パターンを形成する。

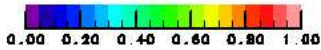
4.1.3 平均東西風の生成

最後に平均東西風生成についてである。case0における平均東西風を図4.7に示す。case0では、上端付近の中緯度域において弱い西風、下端付近の赤道域において強い東風となっている。弱非線形計算によれば、回転が速くプランドル数が $O(1)$ の時には、東へ傾いた対流セルが外側へ運動量輸送をもたらし上端付近では西風が生成される(竹広, 1994)。本モデルの計算結果はこれと整合的である。

temp. at equator



CONTOUR INTERVAL = 5.000E-02

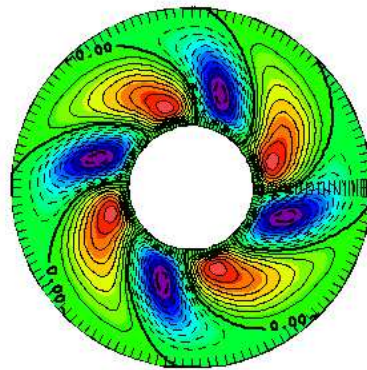


gtool4/Fortran90

date: 3/ 1/30 page: 1

図 4.1: case0-T42N32 での赤道断面における温度場.
赤道断面を北極側から見た図である. 時間は $t = 2.0$, 等値線間隔は 0.05.

rad. velocity at equator



CONTOUR INTERVAL = 1.500E+00



gtool4/fortran90

date: 3/ 1/30 page: 1

図 4.2: case0-T42N32 での赤道断面における鉛直流の分布.
図の見方は 図 4.1 に従う. 時間は $t = 2.0$, 等値線間隔は 1.5.

toroidal velocity potential

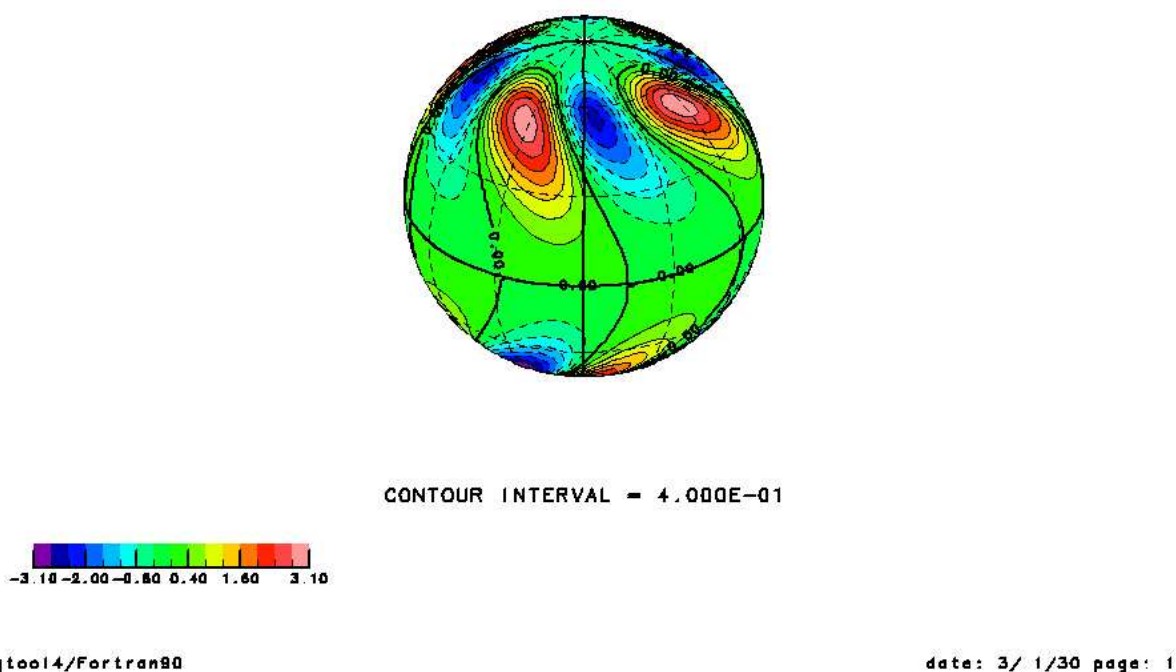
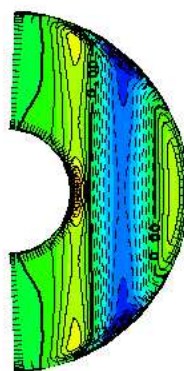
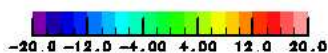


図 4.3: case0-T42N32 での上端付近における速度のトロイダルポテンシャルの分布.
時間は $t = 2.0$, 等値線間隔は 0.4.

lon. velocity at lon=0



CONTOUR INTERVAL = 1.500E+00



gtool4/Fortran90

date: 3/ 1/30 page: 1

図 4.4: case0-T42N32 での本初子午線 ($\lambda = 0$) における東西風の分布
時間は $t = 2.0$, 等値線間隔は 1.5.

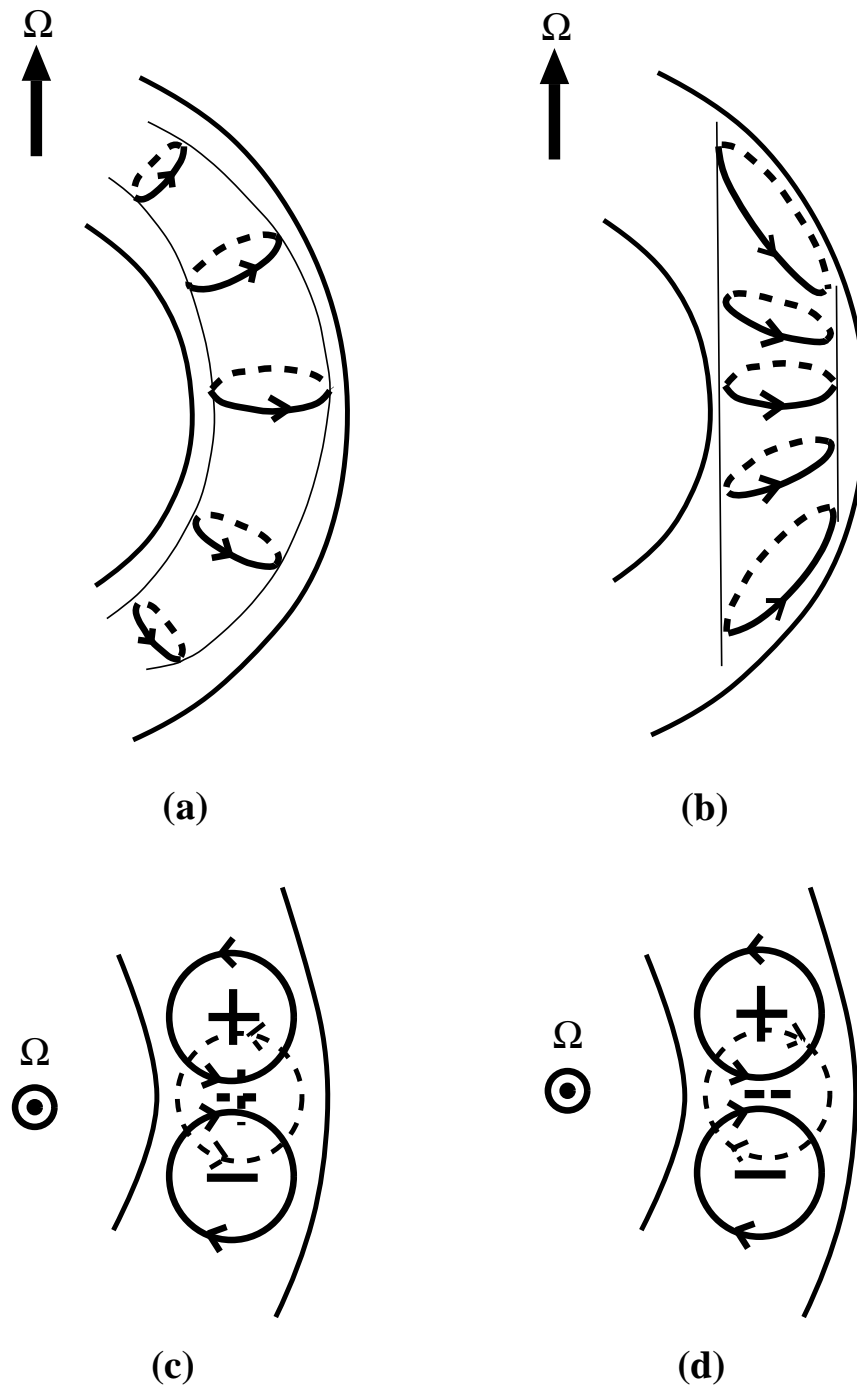


図 4.5: 地形性ロスビー波によるパターン伝播の説明. 竹広 (1994) より引用.
 右側が回転が遅い場合, 左側が回転が速い場合である. 下の図は各々上昇域を表してる.
 実線が現在の渦度, 点線が誘起される渦度である. 回転が遅い場合には対流は球殻全体
 に広がるため, 上昇域では渦が縮められる (a). それに対して回転が速い場合には対流が
 回転軸に揃うため, 上昇域では渦が伸ばされる (b). そのため回転が遅い場合には上昇域
 において正の渦度が誘起され (c), 反対に回転が速い場合には負の渦度が誘起される (d).
 case0 の計算結果は (b), (d) に対応する.

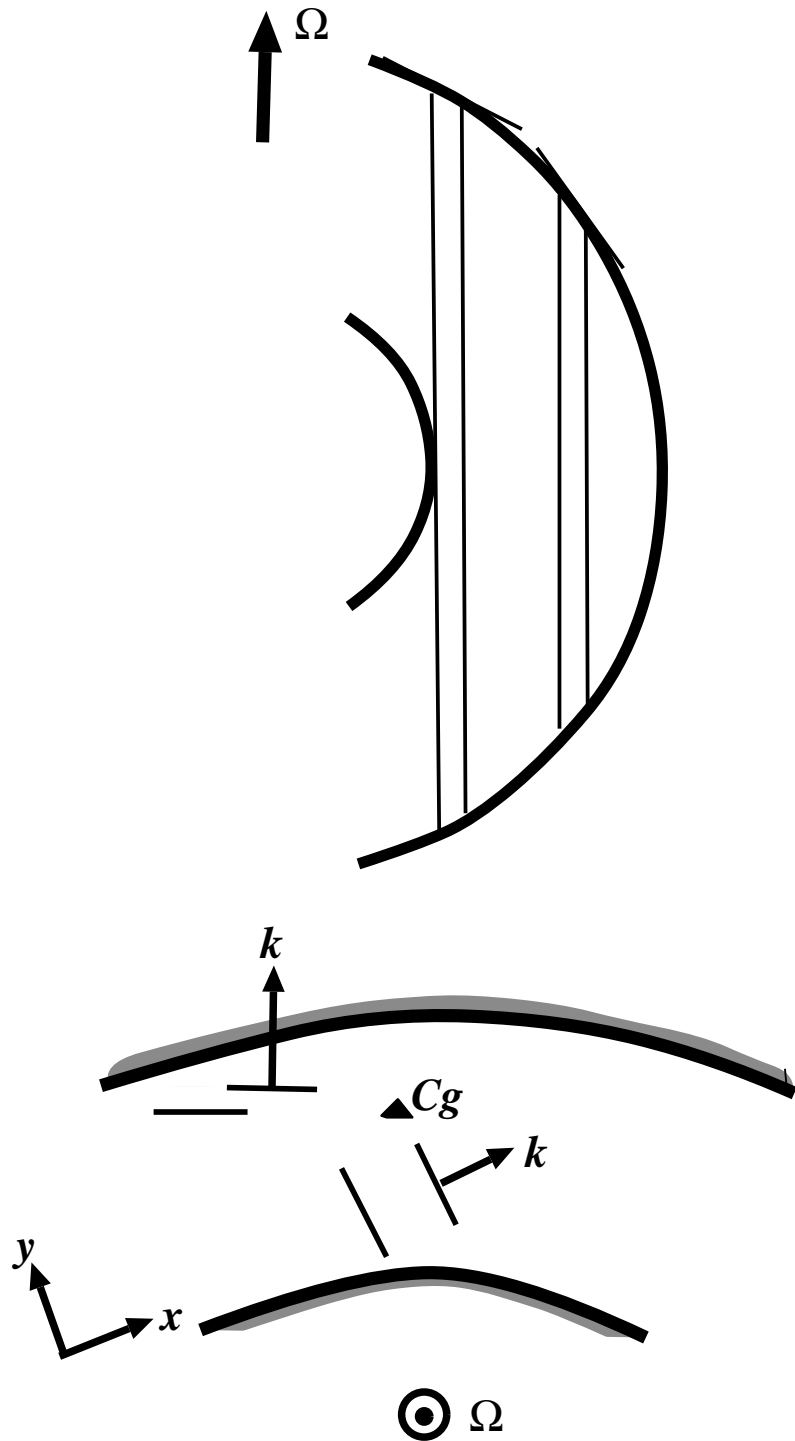
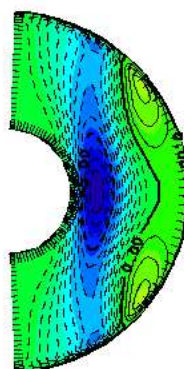


図 4.6: ロスビー波による螺旋上パターン形成の説明. 竹広 (1994) より引用.
 下端で生じたロスビー波が上端へと伝播していくと, 上端へ近付く程, 波面が外側東へと傾いていく.

mean zonal velocity



CONTOUR INTERVAL = 5.000E-01



gtool4/Fortran90

date: 3/ 1/30 page: 1

図 4.7: case0-T42N32 での平均東西流.
 時間は $t = 2.0$, 等値線間隔は 0.5.

4.2 case1 の空間構造

case1 の準定常状態における空間構造を case1-T42N32 の $t = 10.0$ の場合を例に議論する。図 4.8 は赤道断面における温度の分布, 図 4.9 は赤道断面における鉛直流の分布, 図 4.10 は上端付近における速度のトロイダルポテンシャル ψ の分布である。これらの図より以下の事が分かる:

- case1 の対流においても水平波数 4 のモードが卓越する。
- 対流セルは case0 の様に東西どちらかに傾いてはいない。
- 温度場は西向きに傾いている。

また, case1 でのパターン伝播は西向きである。

case1 では case0 と異なり対流セルが傾いてはない。図 4.11 は赤道断面における渦度の緯度成分, 図 4.12 は緯度 $\lambda = 70$ における東西流の分布である。この図より, case1 では負の渦柱が局在している事がわかる。

図 4.11 と赤道断面のポロイダル磁場 (図 4.13) 及び, 上端付近でのポロイダル磁場 (図 4.14) とを比較すると, ポロイダル磁場の強い部分と渦柱の位置が一致している。また, 上端付近での磁場のトロイダルポテンシャル (球面上の磁力線) と子午面断面でのトロイダル磁場を各々図 4.15, 図 4.16 とする。これらの図と 図 4.10 より, トロイダル磁場は渦柱に巻き付いている事が分かる。

以下では磁場生成維持過程の解析を Olson et al. (1999) を元に行なう。

4.2.1 ポロイダル磁場生成過程

ポロイダル磁場生成過程の最も有力な候補は α 効果である。 α 効果は捻れた流れによる磁力線の巻き込みである。Olson et al. (1999) では α 効果によるポロイダル磁場生成の目安として, ヘリシティ

$$h = \mathbf{u} \cdot \boldsymbol{\omega} \quad (4.2)$$

とトロイダル磁場との相関をとり, それをトロイダル電流と比較している。ヘリシティとトロイダル磁場との積の帯状平均値を図 4.17 に, トロイダル電流の帯状平均値を図 4.18 に示す。両者の値が最大となる場所はほぼ同じである。よってポロイダル磁場は α 効果によって生成されていると定性的には理解できる。

4.2.2 トロイダル磁場生成過程

トロイダル磁場生成過程の最も有力な候補は ω 効果である。 ω 効果は差動回転によるトロイダル磁場の巻き込みである。Olson et al. (1999) では ω 効果によるトロイダル磁場生成の目安として、誘導方程式の磁場生成項

$$rB_r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} \right) + \frac{\cos \varphi}{r} B_\varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{u}{\cos \varphi} \right) \quad (4.3)$$

の帯状平均値とトロイダル磁場の帯状平均値を比較している。両者の図を各々 図 4.19, 図 4.20 に示す。これらの間の相関は低い。 ω 効果によるトロイダル生成過程は、せいぜい内核接円筒内部の磁場を生成する程度であると理解される。

temperature at equator

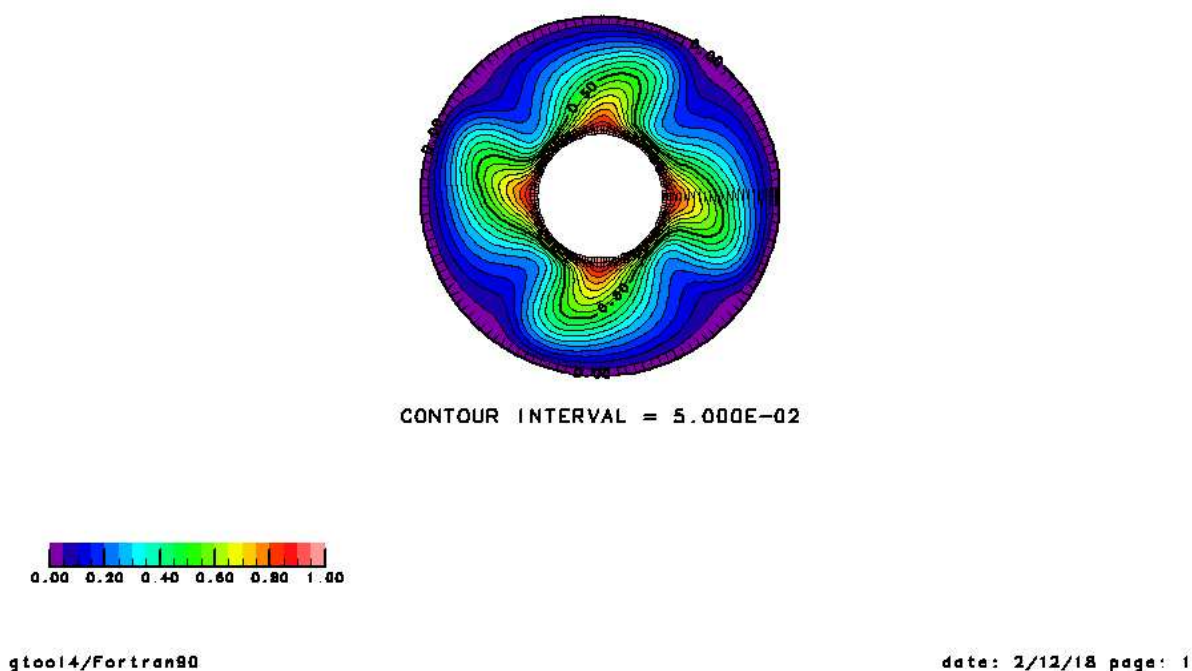
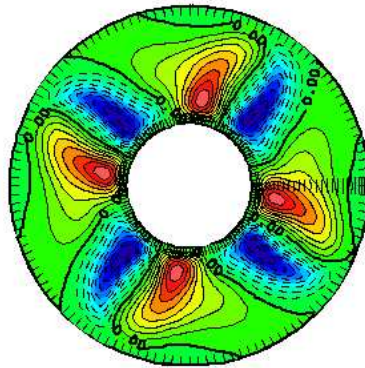
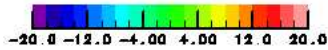


図 4.8: case1-T42N32 での赤道断面における温度場。
赤道断面を北極側から見た図である。時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 0.05.

rad-velocity [1]



CONTOUR INTERVAL = 2.000E+00

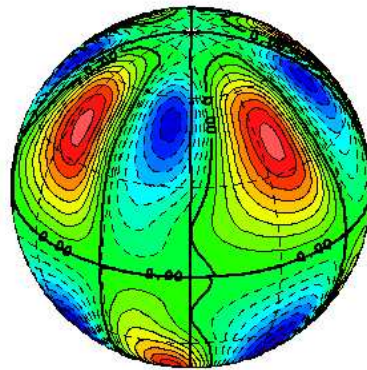


gtool4/fortran90

date: 2/12/18 page: 1

図 4.9: case1-T42N32 での赤道断面における鉛直流の分布.
図の見方は 図 4.8 に従う. 時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 2.0.

toroidal velocity potential



CONTOUR INTERVAL = 2.500E-01



gtool4/fortran90

date: 3/ 1/31 page: 1

図 4.10: case1-T42N32 での上端付近における速度のトロイダルポテンシャルの分布. 時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 0.25.

lat-vorticity at equator

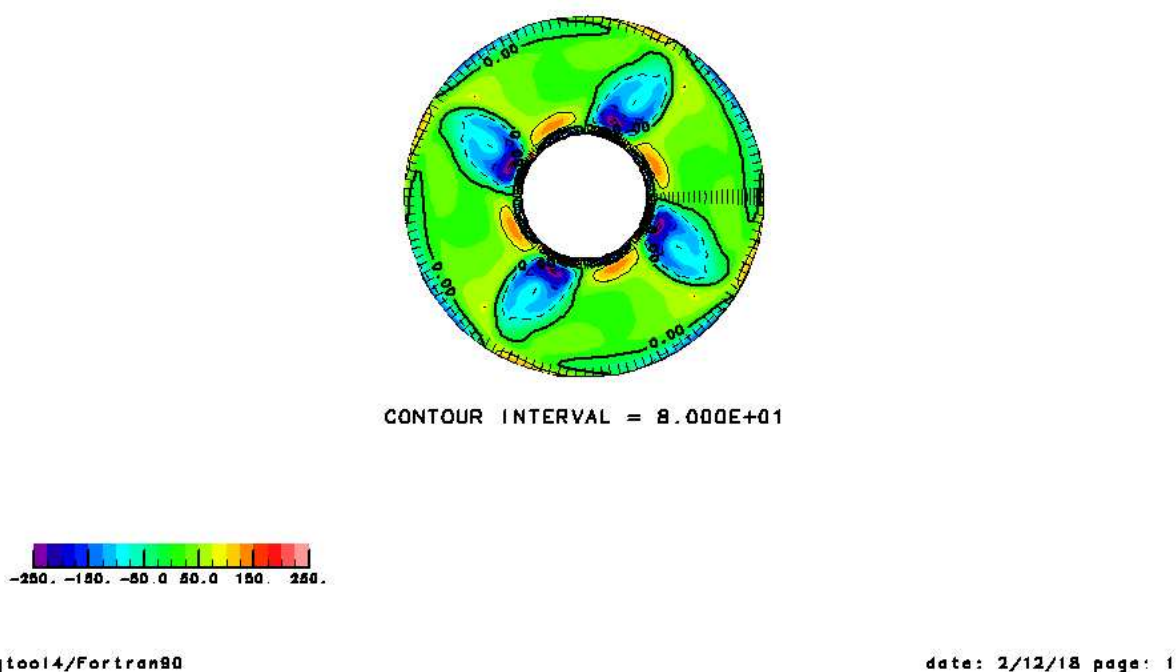
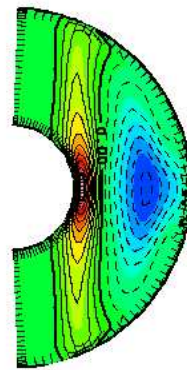
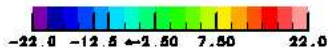


図 4.11: case1-T42N32 での赤道断面における渦度 (緯度成分) の分布.
時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 80.

lon-velocity at lon=70



CONTOUR INTERVAL = 2.000E+00

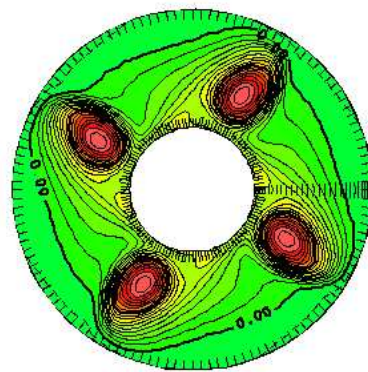


gtool4/fortran80

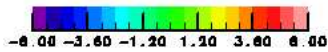
date: 2/12/18 page: 1

図 4.12: case1-T42N32 での緯度 ($\lambda = 70$) での東西風の分布.
 時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 2.

lat mag. field at equator



CONTOUR INTERVAL = 3.000E-01



gtool4/fortran90

date: 2/12/18 page: 1

図 4.13: case1-T42N32 での赤道断面におけるポロイダル磁場の分布.
 時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 0.3.

poloidal mag. field at surface

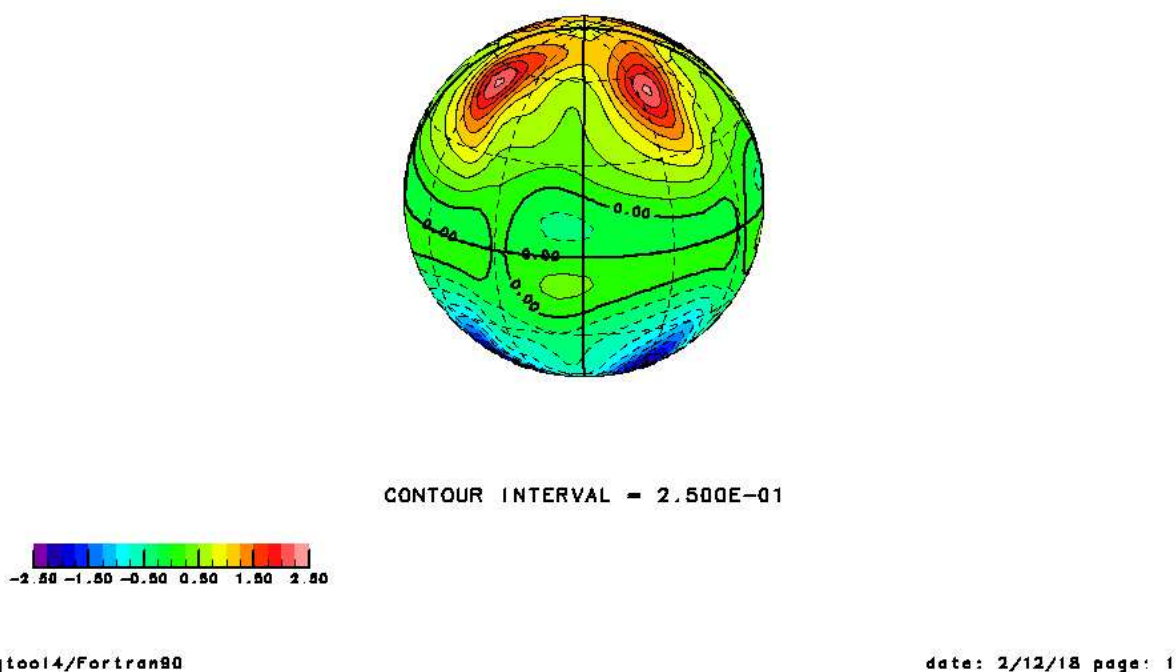
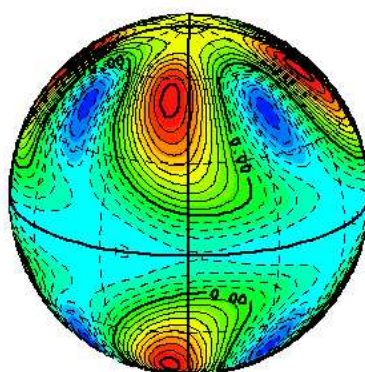


図 4.14: case1-T42N32 での上端付近におけるポロイダル磁場の分布.
時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 0.25.

toroidal mag potential at top



CONTOUR INTERVAL = 3.000E-03

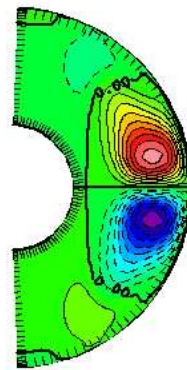


gtool4/Fortran90

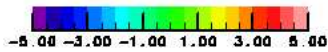
date: 2/12/18 page: 1

図 4.15: case1-T42N32 での上端付近における磁場のトロイダルポテンシャル。時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 0.003.

toroidal mag. field at lon=0



CONTOUR INTERVAL = 5.000E-01

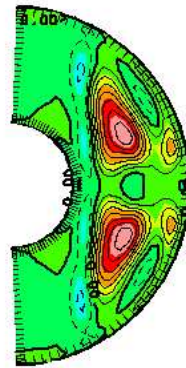


gtool4/Fortran90

date: 2/12/18 page: 1

図 4.16: case1-T42N32 での本初子午線断面におけるトロイダル磁場の分布.
 時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 0.5.

-helicity x lon-magnetic field



CONTOUR INTERVAL = 5.000E+01

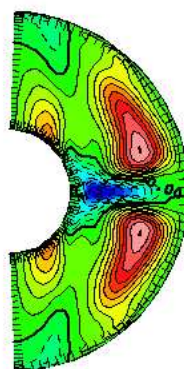


gtool4/fortran90

date: 2/12/18 page: 1

図 4.17: case1-T42N32 でのヘリシティとトロイダル磁場との積の帯状平均値
 時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 050.

mean lon-e.current



CONTOUR INTERVAL = 1.500E+00



gtool4/fortran90

date: 2/12/18 page: 1

図 4.18: case1-T42N32 でのトロイダル電流の帯上平均
 時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 01.5.

mean omega effect

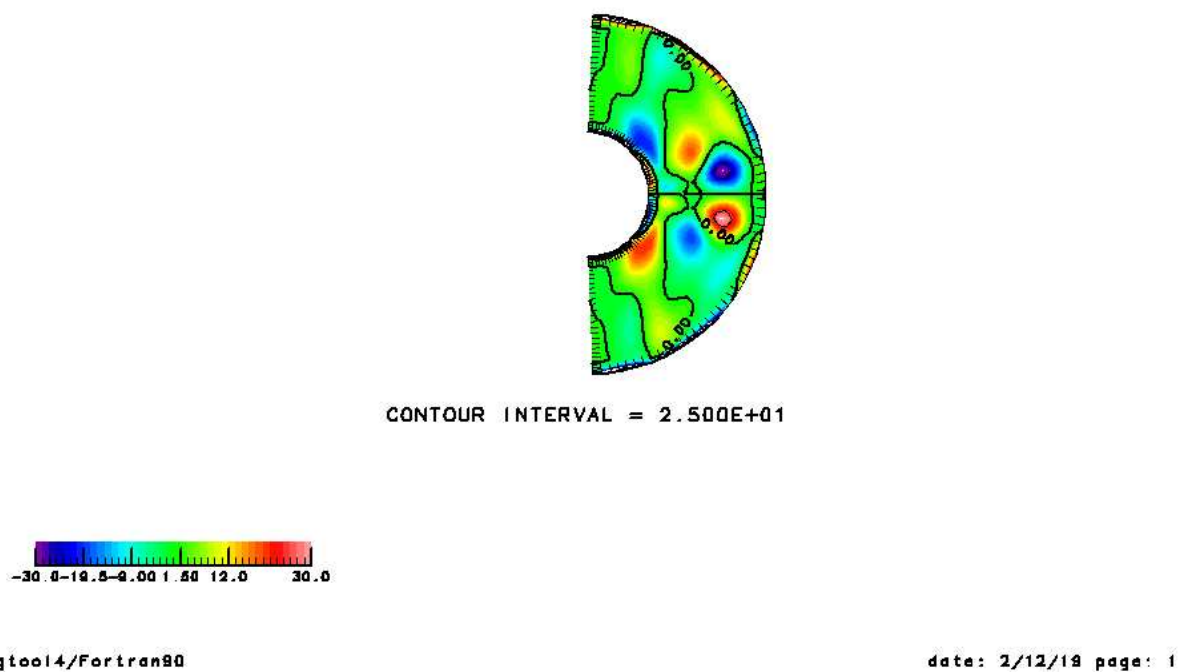
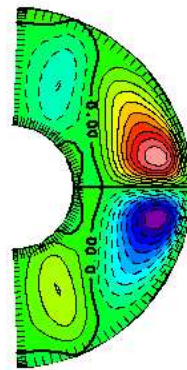


図 4.19: case1-T42N32 での ω 効果のイメージ
誘導方程式 (2.9) の右辺第一項の緯度成分の帯状平均値である. 時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 025.

mean toroidal mag. field



CONTOUR INTERVAL = 3.000E-01



gtool4/fortran90

date: 2/12/18 page: 1

図 4.20: case1-T42N32 でのトロイダル磁場の帯上平均
 時間は $t = 10.0$, 等値線間隔は 00.3.

第5章

結論

天体固有磁場の生成維持機構の解明を目的とした回転球殻 MHD ダイナモの数値モデルを構築した.

構築したモデルを用いて, ダイナモベンチマークの設定で計算を行ない, モデルの性能を検証した. 磁場の無い球殻対流計算ではダイナモベンチマークの基準解と良く一致する結果が得られたものの, 磁場の入ったダイナモ計算では, 基準解との間に未だ有意な差が認められる. 今後はこの原因を解明し, モデルのさらなる改良が必要である.

モデルの計算結果に対して, 過去の研究と比較する事で定性的な理解を試みた. 磁場の無い球殻対流については, 過去の研究と整合的であったものの, ダイナモ計算におけるダイナモ過程の考察はあまりうまくはいかなかった.

回転球殻 MHD ダイナモにおけるダイナモ過程の研究は, 未だ発展途上であり, 定量的な議論の手法も確立されてはいない. これも今後の課題である.

謝辞

本論文の作成に於きましては、沢山の方々に有形無形の様々な援助と激励を賜りました。

特に竹広 真一 九大助手には、モデルの定式化からプログラムの作成に至るまで様々な助言及び指導を頂きました。指導教官の林 祥介教授からは研究の内容について貴重な助言を頂きました。同研究室の小高正嗣助手、杉山耕一郎氏には論文の体裁及び構成について助言頂きました。特に記して、感謝致します。

本モデルのプログラム作成に於いては、地球流体電脳倶楽部 (<http://www.gfd-dennou.org/>) で公開されている SPMODEL ライブラリを、図の作成には gtool4 Fortran90 ツール・ライブラリ を使用させて頂きました。開発者の皆様に感謝致します。

本研究は文部科学省国立天文台大規模シミュレーションプロジェクト (カテゴリ C, ID: myh76c) に採用され、数値計算には、文部科学省国立天文台天文学データ解析センターの富士通 VPP 5000 を使用させて頂きました。

参考文献

- Boyd, J.P., 1999: *Chebyshev and Fourier Spectral Methods*. Dover, ISBN: 0-486-41183-4.
- Christensen, U., Aubert, J., Cardin, P., Dormy, E., Gibbuns, S., Glatzmaier, G.A., Grote, E., Honkura, Y., Jones, C.A., Kono, M., Matsushima, M., Sakuraba, A., Takahashi, F., Tilgner, A., Wicht, J. and Zhang, K., 2001: A numerical dynamo benchmark. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **128**, 25–34.
- Christensen, U., Olson, P. and Glatzmaier, G.A., 1998: A dynamo model interpretation of geomagnetic field structure. *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 1565–1568.
- Christensen, U., Olson, P. and Glatzmaier, G.A., 1999: Numerical modeling of the geodynamo: a systematic parameter study. *Geophys. J. Int.*, **138**, 393–409.
- Glatzmaier, G.A., 1984: Numerical simulations of stellar convective dynamos. I. the model and method. *J. Comput. Phys.*, **55**, 461–484.
- Glatzmaier, G.A. and Roberts, P.H., 1995: A three dimensional convection dynamo solution with rotating and finitely conducting inner core and mantle. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **91**, 63–75.
- Grote, E., Busse, F.H. and Tilgner, A., 1999: Convection-driven quadrupolar dynamos in rotating spherical shells. *Phys. Rev. E*, **60**, R5025–R5028.
- Jones, C.A., Soward, A.M. and Mussa, A.I., 2000: The onset of thermal convection in a rapidly rotating sphere. *J. Fluid Mech.*, **405**, 157–179.
- Kageyama, A, Sato, T. and Group, Complexity Simulation, 1995: Computer simulation of a magnetohydrodynamic dynamo .II. *Phys. Plasmas*, **2**, 1421–1431.
- Katayama, J.S., Matsushima, M. and Honkura, Y., 1999: Some characteristics of magnetic field behavior in a model of MHD dynamo thermally driven in a rotating spherical shell. *Phys. Earth. Planet. Inter.*, **111**, 141–159.
- Kida, S., Araki, K. and Kitauchi, H., 1997: Periodic reversals of magnetic field generated by thermal convection in a rotating spherical shell. *J. Phys. Soc. Jpn*, **66**, 2194–2201.

- Kono, M. and Roberts, P.H., 2001: Definition of the Rayleigh number for geodynamo simulation. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **128**, 13–24.
- Kuang, W. and Bloxham, J., 1997: An earth-like numerical dynamo model. *Nature*, **389**, 371–374.
- Matsushima, M. and Honkura, Y., 1989: Large-scale fluid motion in the earth's outer core estimated from non-dipole magnetic field data. *J. Geomag. Geoelectr.*, **41**, 963–1000.
- Olson, P., Christensen, U. and Glatzmaier, G.A., 1999: Numerical modeling of the geodynamo: Mechanisms of field generation and equilibration. *J. Geophys. R.*, **104**, 10,383–10,404.
- Sakuraba, A. and Kono, M., 1999: Effect of the inner core on the numerical solution of the magnetohydrodynamic dynamo. *Phys. Earth Planet. Inter.*, **111**, 105–121.
- Stevenson, D.J., 2002: Planetary magnetic fields. *Earth Planet. Sci. Lett. Frontiers*, accepted.
- 竹広真一, 1994: 回転球殻ブシネスク対流～赤道加速に関する考察. 博士論文, 東京大学大学院理学系研究科地球惑星物理学専攻.
- 竹広真一, 石岡圭一, 豊田英司, 石渡正樹, 林祥介, SPMODEL 開発グループ, 2002: 『階層的地球流体力学スペクトルモデル集 (SPMODEL)』., 地球流体電脳倶楽部, <http://www.gfd-dennou.org/arch/spmodel>.
- 豊田英司, 石渡正樹, 竹広真一, 林祥介, 開発グループ, 2002: 『gtool4 Fortran90 ツール・ライブラリ』., 地球流体電脳倶楽部, <http://www.gfd-dennou.org/arch/spmodel>.