

# 成層圏突然昇温についての考察

佐伯 拓郎

神戸大学 理学部 地球惑星科学科

2011 年 2 月 28 日



## 要旨

本研究の目的は、高緯度成層圏で観測される成層圏突然昇温のメカニズムを理解することである。深い理解を目指して、成層圏突然昇温のモデルのひとつである、Matsuno (1971) において提唱されたモデルの支配方程式の一部を導出し、解の挙動について考察する。本研究の意義は、大気力学の基礎理論について学習することにある。

# 目次

第1章	はじめに	2
第2章	成層圏突然昇温の概要	4
2.1	現象の説明	4
2.2	発生メカニズム	5
第3章	支配方程式	7
3.1	支配方程式の導出	7
3.2	導出過程のまとめ	14
第4章	考察	16
第5章	まとめ	18
付録	Matsuno (1971) の全訳	19
	謝辞	48
	参考文献	49

# 第1章 はじめに

成層圏は、高度とともに気温が減少する対流圏とは異なり、高度とともに気温が上昇する領域である。したがって、断熱変化による空気の上下運動に対して安定な領域でもある(図 1.1 参照)。つまり、成層圏では活発な熱対流は発生しない。それゆえに成層圏という名が付けられたのである。

しかし、成層圏は決して大気の運動が発生しない領域ではなく、さまざまな大気現象が発生する。たとえば、下部成層圏において帯状平均風がある一定の周期で経年変化する赤道準二年周期振動や、上部成層圏において帯状平均風が夏と冬で入れ替わる半年周期振動などといった大気現象が発生している。また、成層圏でこのよ

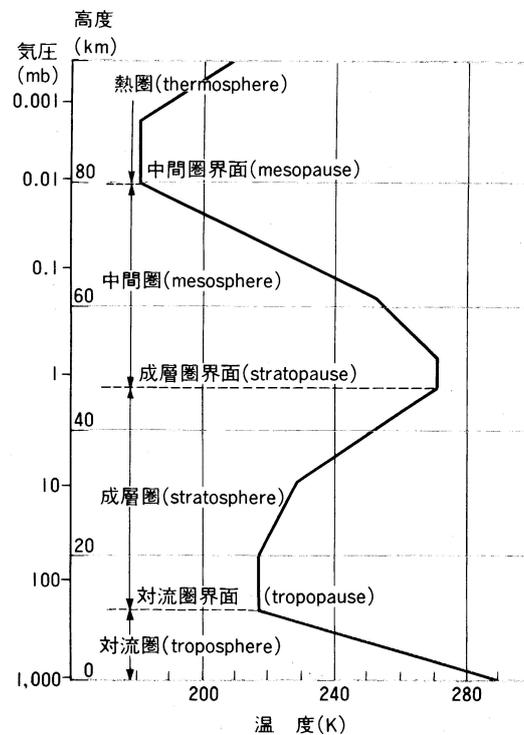


図 1.1: 米国標準大気の高高度分布 (松野・島崎, 1981).

うな大気現象を駆動するエネルギー源はオゾンの紫外線吸収による加熱の他に、対流圏からの波動による運動量の伝播もエネルギー源として考えられている。

私は、このような成層圏で発生する大気現象の中で、高緯度の成層圏で発生する成層圏突然昇温に着目した。この現象は後述するように、成層圏の気温が突然上昇する現象であり、対流圏から波動が運ぶ運動量によって発生すると考えられている。そこで本論文では、このような枠組で成層圏突然昇温のメカニズムを理解することを試みる。まず第2章において、現象の概要について定性的に説明する。次に第3章および第4章において、Matsuno (1971) において提唱された、成層圏突然昇温のモデルの支配方程式の一部を導出し、解の挙動について考察することで、定量的な理解を目指す。

## 第2章 成層圏突然昇温の概要

### 2.1 現象の説明

成層圏突然昇温とは、日々の気温変化が緩やかな成層圏において、突然気温が上昇する現象である。1952年2月、ドイツでラジオゾンデによる成層圏の観測を行っていたベルリン自由大学のシェルハークが、成層圏の気温が数日で40度以上上昇するのを発見した。図2.1が当時の気温変化の様子である。この図で興味深いのは、温度上昇が上層ほど早くはじまり、次第に弱まりながら下層に移動していくことである。

それまで成層圏では激しい運動は発生しないであろうと信じられていたため、対流圏にも見られないような激しい温度変化が観測されたのは驚きであった。これは通常の大気現象とは違い、電離層の磁気嵐やオーロラなど太陽活動の変化に原因がある特異な現象ではないかとはじめは推察された。しかし、次第に世界の成層圏観測網が整備されると、成層圏突然昇温が単に局地的な現象ではなく、北半球全域を

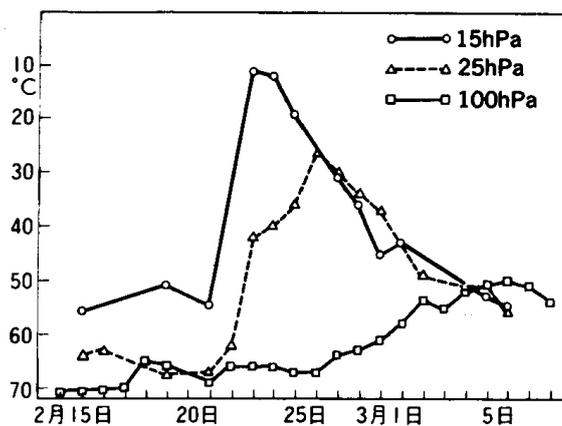


図 2.1: 成層圏突然昇温が発見されたときの、ベルリン上空 15 hPa, 25 hPa, 100 hPa における気温の時間変化 (小倉, 1999).

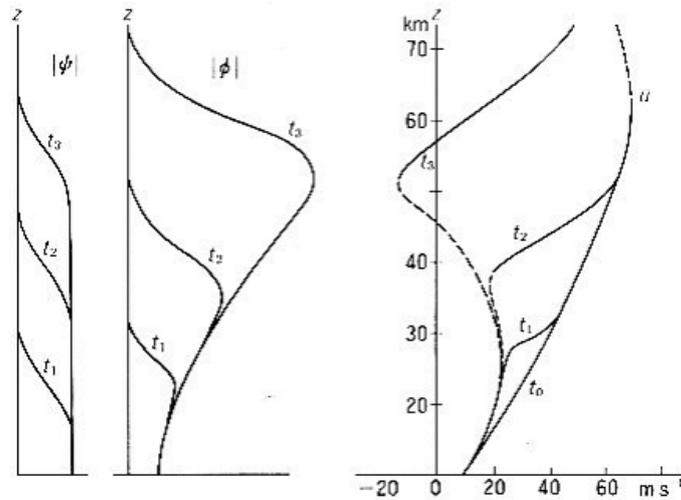


図 2.2: 発生メカニズムの説明図 1 (松野・島崎, 1981). 左から順に, それぞれエネルギー密度振幅  $|\psi|$ , 振幅  $|\phi|$ , 平均風速  $\bar{u}$  (西風を正とする) の, 時刻  $t_0, t_1, t_2, t_3$  における鉛直プロファイルである.  $\bar{u}$  の図の破線部は  $\partial\bar{u}/\partial z < 0$  を示す.

覆う成層圏循環の大変動であることが明らかになった.

## 2.2 発生メカニズム

Matsuno (1971) は, 対流圏で発生して上方に伝播してきたプラネタリー波が成層圏突然昇温を起こすと説明した. プラネタリー波とは, 偏西風の波動のひとつであり, 大気加熱や地形の起伏などがその成因である. プラネタリー波の特性として, 帯状平均風が東風のときにはほとんど上方に伝播できず, 西風のときにはほぼエネルギー密度を保ちながら上方に伝播できるということが挙げられる. 以下では, プラネタリー波の伝播から成層圏突然昇温の発生までの流れを, 松野・島崎 (1981) にならって定性的に説明する.

プラネタリー波はあるとき急激に振幅が大きくなることがある. 帯状平均風が西風ならば, この強化された波は次第に上方に伝播していく. 波はほぼエネルギー密度を保存しながら上方へ伝播するため, プラネタリー波の増幅後  $t_1, t_2, t_3$  の時間の後には図 2.2 に示すように波動のエネルギー密度振幅  $|\psi|$  と振幅  $|\phi|$  は順次上層へと延びていく. そのさい  $|\psi|$  はほぼ一定に保たれるが, 空気の密度が高度とともに減少するにつれ  $|\phi|$  は増大していき, 波の非線形性が強くなる. この非線形効果により, 結果として波の先端では西向きの平均風加速が起こる (西風が減速する).

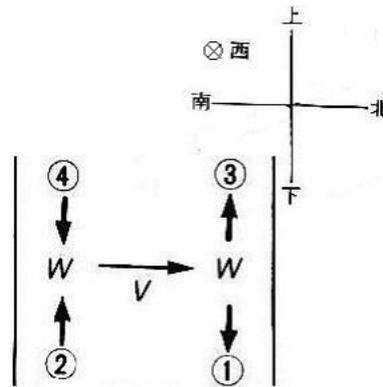


図 2.3: 発生メカニズムの説明図 2 (Matsuno and Nakamura, 1979 を改変).

ここで図 2.3 のように、地球が球であることを無視し、中・高緯度の大気は緯度円に平行な 2 枚の鉛直な壁に囲まれた流体だと考える。また、もともと吹いている平均西風と南北の気圧傾度は地衡風の的にバランスしているとする。このとき、波の作用によって西風が減速すると、それに比例して平均西風に働く南向きのコリオリ力も弱まる。しかし北向きの気圧傾度力は、静水圧平衡の関係により、大気中の質量の分布に依存し、これはこの段階では変化しない。その結果図 2.3 の矢印のように、北向きの流れ  $v$  が生じる。そしてそれを補償するために、低緯度側では上下両方から収束するように鉛直流が生じ、反対に高緯度側では上下両方に発散するような鉛直流を生じる。図で ① と記してある高緯度側の下降運動に伴って断熱圧縮が起こり、気温が上昇する。これが成層圏突然昇温に相当するものである。

以上のように、成層圏突然昇温は対流圏からプラネタリー波が伝播し、それが大気の下降運動を起こした結果である。これが正しければ、図の ② の部分には上昇気流があるため、この部分では断熱膨張により、気温が下がる<sup>\*1</sup>。また図の ③ の部分にも上昇気流があるため、この部分でも気温が下がる<sup>\*2</sup>。

西風が西向きに加速を受け続けると、やがて東風になる。そのため、時間とともに上から下に向かって順々に西風が東風に変わっていく。西風から東風に転じる高度より上では、プラネタリー波は急激に減衰するため、温度上昇が起こる高度も、図 2.1 にもあるように時間とともに下がっていく。現象が下に移行するにつれて、大気の密度の関係でプラネタリー波の振幅は大きくなっていく。したがって温度上昇の程度も弱まる。

<sup>\*1</sup>これは実際に観測されている (小倉, 1999) が、実際の地球は球であり、極側の ① の部分の面積に比べ低緯度側の ② の部分の面積は広いので、低緯度側での上昇気流は極側での下降気流ほど集中して起こらず、温度上昇はそれほど顕著ではない。

<sup>\*2</sup>これも観測で確認されている (小倉, 1999)。

## 第3章 支配方程式

前章において成層圏突然昇温の発生メカニズムについて定性的に説明した。本章以降で、前章で説明したメカニズムのうち、プラネタリー波の鉛直伝播に関する過程についての定量的な理解を試みる。本章ではその第一歩として、Matsuno (1971) のモデルにおける、プラネタリー波の鉛直伝播に関する方程式を導出する。

Matsuno (1971) のモデルは平均風中のプラネタリー波の伝播とその波によって強制される平均風の変化という二つの過程から成り立つ。これらの過程を説明するために、帯状平均とそこからのずれとに分割した渦位方程式が用いられている。用いられた渦位方程式は、いずれも摩擦がなく断熱的な準地衡渦位方程式である。本章で導出するのは、帯状平均からのずれに関する渦位方程式である。

### 3.1 支配方程式の導出

元となる方程式系は、球面上の対数圧力座標系におけるプリミティブ方程式系<sup>\*1</sup>である。プリミティブ方程式系は以下のような形である。

$$\frac{du}{dt} - 2\Omega \sin \theta v = -\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda}, \quad (3.1)$$

$$\frac{dv}{dt} + 2\Omega \sin \theta u = -\frac{1}{a} \frac{\partial \phi}{\partial \theta}, \quad (3.2)$$

$$\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v \cos \theta) + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} (pw') = 0, \quad (3.3)$$

$$\frac{dT}{dt} + \frac{g}{C_p T_0} w' = 0, \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{RT}{H}. \quad (3.5)$$

これらはそれぞれ、運動方程式、連続の式、熱力学方程式、状態方程式である。予め、摩擦がなく断熱的な運動を仮定している。

<sup>\*1</sup>プリミティブ方程式系とは、鉛直方向に静水圧平衡を仮定した運動方程式系である。

各記号の定義は以下の通りである.

- $t$ : 時間
- $\lambda$ : 経度
- $\theta$ : 緯度
- $p$ : 気圧
- $p_0$ : 地表気圧の標準値
- $z$ : 通常状態において気圧が  $p$  になる高さ ( $z = -H \ln(p/p_0)$ )
- $H$ : 代表的スケールハイト
- $a$ : 地球の半径
- $\Omega$ : 地球の自転角速度
- $T$ : 気温
- $T_0$ :  $H$  に対応する代表的気温 ( $T_0 = gH/R$ )
- $u, v, w'$ : それぞれ  $\lambda, \theta, z$  方向の速度<sup>\*2</sup>
- $\phi$ : ジオポテンシャル
- $C_p$ : 空気の定圧比熱
- $g$ : 重力加速度
- $R$ : 空気の単位質量あたりの気体定数

また, ラグランジュ微分については

$$\frac{d}{dt} \equiv \frac{\partial}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} + w' \frac{\partial}{\partial z}$$

である.

まず, プリミティブ方程式系を線形化する. 物理変数について次のような東西方向の平均 (帯状平均) を考える.

$$\bar{u} \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u d\lambda.$$

このとき, 各物理変数は

$$u(\lambda, \theta, z, t) \equiv \bar{u}(\theta, z) + u'(\lambda, \theta, z, t)$$

のように, 帯状平均 ( $\bar{u}$ ) とそこからのずれ ( $u'$ ) で表せるとする. また

$$\frac{u'}{\bar{u}} \ll 1$$

<sup>\*2</sup>扱う運動は大規模であるため, 鉛直方向の速度は水平方向の速度に比べて小さいことから, プライムを付けて区別する.

という関係があるとする。この定義に従い、方程式系の各物理変数を帯状平均とそこからずれて表すと

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\bar{u} + u') + \frac{\bar{u} + u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda}(\bar{u} + u') + \frac{\bar{v} + v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}(\bar{u} + u') \\ & + w' \frac{\partial}{\partial z}(\bar{u} + u') - 2\Omega \sin \theta (\bar{v} + v') = -\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda}(\bar{\phi} + \phi'), \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\bar{v} + v') + \frac{\bar{u} + u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda}(\bar{v} + v') + \frac{\bar{v} + v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}(\bar{v} + v') \\ & + w' \frac{\partial}{\partial z}(\bar{v} + v') + 2\Omega \sin \theta (\bar{u} + u') = -\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}(\bar{\phi} + \phi'), \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda}(\bar{u} + u') + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}\{(\bar{v} + v') \cos \theta\} + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z}(pw') = 0, \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}(\bar{T} + T') + \frac{\bar{u} + u'}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda}(\bar{T} + T') + \frac{\bar{v} + v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}(\bar{T} + T') \\ & + w' \frac{\partial}{\partial z}(\bar{T} + T') + \frac{g}{C_p} \frac{\bar{T} + T'}{T_0} w' = 0, \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\bar{\phi} + \phi') = \frac{R(\bar{T} + T')}{H} \quad (3.10)$$

となる。バーのついた物理変数は時間、緯度に独立であり、また地衡風の運動を考えると

$$\bar{v} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} v d\lambda = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2\Omega \sin \theta} \frac{1}{a \cos \theta} \int_0^{2\pi} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} d\lambda = 0$$

であるから、(3.6) ~ (3.10) は

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u'}{\partial t} + \frac{\bar{u} + u'}{a \cos \theta} \frac{\partial u'}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}(\bar{u} + u') \\ & + w' \frac{\partial}{\partial z}(\bar{u} + u') - 2\Omega \sin \theta v' = -\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v'}{\partial t} + \frac{\bar{u} + u'}{a \cos \theta} \frac{\partial v'}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial v'}{\partial \theta} \\ & + w' \frac{\partial v'}{\partial z} + 2\Omega \sin \theta (\bar{u} + u') = -\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}(\bar{\phi} + \phi'), \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u'}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta}(v' \cos \theta) + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z}(pw') = 0, \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T'}{\partial t} + \frac{\bar{u} + u'}{a \cos \theta} \frac{\partial T'}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta}(\bar{T} + T') \\ & + w' \frac{\partial}{\partial z}(\bar{T} + T') + \frac{g}{C_p} \frac{\bar{T} + T'}{T_0} w' = 0, \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\bar{\phi} + \phi') = \frac{R(\bar{T} + T')}{H} \quad (3.15)$$

となる. さらに非線形項 (プライムのついた物理変数の積を含む項) を無視すると

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial u'}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} - 2\Omega \sin \theta v' = -\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda}, \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial v'}{\partial \lambda} + 2\Omega \sin \theta (\bar{u} + u') = -\frac{1}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{\phi} + \phi'), \quad (3.17)$$

$$\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial u'}{\partial \lambda} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (v' \cos \theta) + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} (pw') = 0, \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial T'}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial T'}{\partial \lambda} + \frac{v'}{a} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \theta} + w' \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \frac{g}{C_p T_0} \bar{T} w' = 0, \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} (\bar{\phi} + \phi') = \frac{R(\bar{T} + T')}{H} \quad (3.20)$$

となり, 線形化されたプリミティブ方程式系が得られた. ここで  $\bar{\omega}$  は角速度の帯状平均であり

$$\bar{\omega} \equiv \frac{\bar{u}}{a \cos \theta}$$

である.

次に, (3.16) ~ (3.18) から渦度方程式を導出する. (3.16) に演算子  $\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \cos \theta$  を作用させると

$$\begin{aligned} & \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial t} (u' \cos \theta) + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \bar{\omega} \frac{\partial u'}{\partial \lambda} \cos \theta \right) + \frac{1}{a^2 \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} \cos \theta \right) \\ & + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( w' \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \cos \theta \right) - \frac{2\Omega}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta v' \cos \theta \right) = -\frac{1}{a^2 \cos \theta} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \theta \partial \lambda} \end{aligned} \quad (3.21)$$

となり, (3.17) に演算子  $\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \lambda}$  を作用させると

$$\frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial^2 v'}{\partial \lambda \partial t} + \frac{\bar{\omega}}{a \cos \theta} \frac{\partial^2 v'}{\partial \lambda^2} + \frac{2\Omega \sin \theta}{a \cos \theta} \frac{\partial u'}{\partial \lambda} = -\frac{1}{a^2 \cos \theta} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda \partial \theta} \quad (3.22)$$

となる. (3.22) から (3.21) を引き, 整理すると

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \zeta' + \frac{v'}{a} \frac{\partial \bar{Z}}{\partial \theta} - 2\Omega \sin \theta \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} (pw') = 0 \quad (3.23)$$

となり, 渦度方程式が導出される<sup>\*3</sup>. ここで,  $\bar{Z}$  は絶対渦度の帯状平均である.

今度は, (3.20) を用いて熱力学方程式 (3.19) を書き換える. (3.20) を同じ次数の

<sup>\*3</sup>詳細な導出はできていない.

項同士を結んだ二つの等式に分解すると

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} = \frac{R\bar{T}}{H} \\ \frac{\partial \phi'}{\partial z} = \frac{RT'}{H} \\ \bar{T} = \frac{H}{R} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \\ T' = \frac{H}{R} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \end{cases} \quad (3.24)$$

となる. (3.24) を (3.19) に代入すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \right) + \frac{R}{H} w' \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \frac{R}{H} \frac{g}{C_p T_0} \bar{T} w' &= 0 \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial \phi'}{\partial z} + \frac{v'}{a} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \right) + \frac{R}{H} \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \frac{g}{C_p T_0} \bar{T} \right) w' &= 0 \end{aligned} \quad (3.25)$$

となる.  $\bar{u}$  と  $\bar{\phi}$  の間には地衡風の関係が成り立つため

$$\begin{aligned} \bar{u} &= -\frac{1}{2\Omega \sin \theta} \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \\ \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} &= -2\Omega a \sin \theta (a \cos \theta) \bar{\omega} \end{aligned}$$

であり, またブラント・バイサラ振動数  $N$  は

$$N^2 \equiv \frac{R}{H} \left( \frac{\partial \bar{T}}{\partial z} + \frac{g}{C_p T_0} \bar{T} \right)$$

と定義されるから, (3.25) は

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial \phi'}{\partial z} - 2\Omega \sin \theta (a \cos \theta) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} v' + N^2 w' = 0 \quad (3.26)$$

と書き表せる.

次に, (3.23) と (3.26) から渦位方程式を導出する. (3.26) より

$$w' = -\frac{1}{N^2} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial \phi'}{\partial z} - 2\Omega \sin \theta (a \cos \theta) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} v' \right] \quad (3.27)$$

であり, これを (3.23) に代入すると

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \zeta' + \frac{v'}{a} \frac{\partial \bar{Z}}{\partial \theta} \\ - 2\Omega \sin \theta \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ -\frac{p}{N^2} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial \phi'}{\partial z} - 2\Omega \sin \theta (a \cos \theta) \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} v' \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (3.28)$$

となり,  $p/N^2$  はいま  $t$  や  $\lambda$  に依存しないから

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \zeta' + \frac{v'}{a} \frac{\partial \bar{Z}}{\partial \theta} \\
 & + 2\Omega \sin \theta \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left[ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) - 2\Omega \sin \theta (a \cos \theta) \frac{p}{N^2} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} v' \right] = 0 \\
 & \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \zeta' + \frac{v'}{a} \frac{\partial \bar{Z}}{\partial \theta} + 2\Omega \sin \theta \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) \\
 & + 2\Omega \sin \theta \frac{1}{p} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) - 4\Omega^2 \sin^2 \theta (a \cos \theta) \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} v' \right) = 0 \quad (3.29)
 \end{aligned}$$

となる. よって

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \left[ \zeta' + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) 2\Omega \sin \theta \right] \\
 & + \left[ \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{Z}}{\partial \theta} - 4\Omega^2 \sin^2 \theta (a \cos \theta) \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} \right) \right] v' \\
 & - 4\Omega^2 \sin^2 \theta (a \cos \theta) \frac{1}{N^2} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} \frac{\partial v'}{\partial z} + 2\Omega \sin \theta \frac{1}{N^2} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda \partial z} = 0 \quad (3.30)
 \end{aligned}$$

であり, 地衡風の  $\theta$  成分を  $v_g$  とすると

$$v_g = \frac{1}{2\Omega \sin \theta} \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda}$$

であるから, (3.30) は

$$\begin{aligned}
 & \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \left[ \zeta' + \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) 2\Omega \sin \theta \right] \\
 & + \frac{4\Omega^2 \sin^2 \theta}{N^2} a \cos \theta \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} \left( \frac{\partial v_g}{\partial z} - \frac{\partial v'}{\partial z} \right) + \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} v' = 0 \quad (3.31)
 \end{aligned}$$

となり, 渦位方程式が導出された. ここで  $\partial \bar{q} / \partial \theta$  は渦位の緯度勾配であり

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} = \frac{\partial \bar{Z}}{\partial \theta} - 4\Omega^2 a^2 \sin^2 \theta \cos \theta \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} \right)$$

と表される.

最後に, 地衡風の関係を用いて渦位方程式 (3.31) を  $\phi'$  のみを変数とする式で表すことを試みる. 地衡風を仮定すると  $u, v$  はそれぞれ

$$u' = -\frac{1}{2\Omega \sin \theta} \frac{1}{a} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \quad (3.32)$$

$$v' = \frac{1}{2\Omega \sin \theta} \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} \quad (3.33)$$

と表されるから、このときの渦度  $\zeta'$  は球面上での渦度の定義より

$$\begin{aligned}\zeta' &\equiv \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial v'}{\partial \lambda} - \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (u' \cos \theta) \\ &= \frac{1}{2\Omega \sin \theta} \frac{1}{a^2 \cos^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} + \frac{1}{2\Omega} \frac{1}{a^2 \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \right) \\ &= \frac{1}{2\Omega \sin \theta} \frac{1}{a^2} \left[ \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right]\end{aligned}\quad (3.34)$$

となる。(3.33) と (3.34) を (3.31) に代入すれば  $\phi'$  のみを変数とする渦位方程式が得られるが、こうして得られる渦位方程式にはエネルギー的な矛盾がある<sup>\*4</sup>。この矛盾は、(3.31) 最終項の  $v'$  のみ

$$\begin{aligned}v' &= \frac{1}{2\Omega \sin \theta} \left[ \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} + \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) u' \right] \\ &= \frac{1}{2\Omega a \sin \theta} \left[ \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} - \frac{1}{2\Omega \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \right]\end{aligned}\quad (3.35)$$

のように非地衡風成分を含む形で表すことで発見的に解決する。この解決法に従い (3.31) に (3.33) ~ (3.35) を代入すると

$$\begin{aligned}&\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \left[ \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} + 4\Omega^2 a^2 \sin^2 \theta \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} - \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} \frac{1}{2\Omega \sin \theta} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} = 0\end{aligned}\quad (3.36)$$

となる。ここで、非地衡風成分は地衡風成分に比べて小さいことから、近似として (3.36) の後ろ側の  $\partial \bar{q} / \partial \theta$  を

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial \theta} (2\Omega \sin \theta) = 2\Omega \cos \theta$$

とすると

$$\begin{aligned}&\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \left[ \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} + 4\Omega^2 a^2 \sin^2 \theta \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} - \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \right) = 0\end{aligned}\quad (3.37)$$

となり、さらに

$$\frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \right) = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \right) - \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta}$$

<sup>\*4</sup>Matsuno (1971) や、その先行研究である Matsuno (1970) では、このことに関しては式を用いた説明はなされておらず、具体的にどのような矛盾が生じるのか今のところ突き止められていない。

であるから (3.37) は

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda}\right) \left[ \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial \lambda^2} \right. \\ \left. + 4\Omega^2 a^2 \sin^2 \theta \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial \phi'}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial \phi'}{\partial \lambda} = 0 \quad (3.38)$$

となる。これが Matsuno (1971) におけるプラネタリー波の鉛直伝播に関する支配方程式である。

### 3.2 導出過程のまとめ

前節において、Matsuno (1971) における成層圏突然昇温の力学モデルにおいて用いられた、プラネタリー波の鉛直伝播に関する支配方程式を導出した。前節において特に重要と思われる事柄についてまとめると、以下のようになる。

1. 基礎となる方程式系は、球面上の対数圧力座標におけるプリミティブ方程式である。
2. 支配方程式は、基本的には準地衡渦位方程式である。
3. 支配方程式はジオポテンシャルの帯状平均からのずれの時間発展、つまり等圧面の上下変動が伝播する様子を表現する。
4. 発見的な式変形が用いられている。

以下では上記 4 について具体的に述べる。

#### 非地衡風成分の導入

Matsuno (1971) によれば、(3.33) で定義される準地衡南北速度  $v'$  と (3.34) で定義される準地衡渦度  $\zeta'$  を渦位方程式 (3.31) に代入して得られる方程式にはエネルギー的な矛盾がある。その矛盾の解決法として、(3.31) 最終項の  $v'$  にのみ (3.33) ではなく (3.35) で定義される  $v'$  を代入するという方法が用いられている。(3.35) で定義される  $v'$  は非地衡流成分を含んでいる。この解決法は論理的に導かれたものではないが、この方法を用いることでエネルギー的な矛盾は生じなくなるという。

## (非地衡風成分) ≪ (地衡風成分) の仮定

帯状平均渦位の緯度勾配  $\partial\bar{q}/\partial\theta$  は基本的に

$$\frac{\partial\bar{q}}{\partial\theta} = \frac{\partial\bar{Z}}{\partial\theta} - 4\Omega^2 a^2 \sin^2\theta \cos\theta \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p}{N^2} \frac{\partial\bar{\omega}}{\partial z} \right)$$

と表されているが, (3.36) から (3.37) への変形において, 非地衡風成分に掛かる  $\partial\bar{q}/\partial\theta$  のみ暗黙的に

$$\frac{\partial\bar{q}}{\partial\theta} = \frac{\partial}{\partial\theta} (2\Omega \sin\theta) = 2\Omega \cos\theta$$

と近似されている. 確かに, 帯状平均渦位の緯度勾配に最も大きく寄与するのはコリオリパラメーターの緯度勾配  $2\Omega \cos\theta$  であるが, (3.35) における非地衡風成分が地衡風成分と比べてどの程度小さいのかという議論は, Matsuno (1971) やその先行研究である Matsuno (1970) ではなされていないため, このような近似をしてよいという論理的な裏付けはないように思われる. (非地衡風成分) ≪ (地衡風成分) と, 暗に仮定されているのであろう.

## 渦度方程式の導出過程における何らかの近似

本論文では渦度方程式 (3.23) を正確に導出することができていない. 何も仮定せずに計算したのでは, (3.21) と (3.22) から (3.23) を得ることはできなかった. (3.23) を導出するには, 何らかの近似が必要であると思われる.

## 第4章 考察

ここでは, Matsuno (1971) において, 2 通りのケースのもとで, (3.38) に基づき時間積分を行うことによって得られた, プラネタリー波が伝播する様子について考察する.

まず, Matsuno (1971) における計算条件を以下に示す.

- ・初期条件: (ケース 1) 波動なし, 平均西風一定 = 33 m/sec  
(ケース 2) 波動なし, 現実の冬の典型的な平均風分布.
- ・境界条件: (下端) 実際の観測結果を模した波動を強制として与える.  
(上端) 波動なし.  
(南北端) 波動なし.
- ・形状: (ケース 1) 北緯 90 度と 30 度に壁をもち 45 度を基準とする  $\beta$  面.  
(ケース 2) 赤道に壁をもつ球面.
- ・強制として与える波動の波数: (ケース 1) 1  
(ケース 2) 2

次に, 計算結果として, 時間と高度の関数で表した,  $60^\circ\text{N}$  でのプラネタリー波の振幅を図 4.1 および図 4.2 に示す. なお, 影付きの領域は平均東風を表す.

同一時刻・高度で比較すると, ケース 1 ではケース 2 よりもプラネタリー波の振幅が概ね大きいように見える (10 日目ごろの上層で顕著). これは, 波数が小さい, すなわち波長が長いプラネタリー波の方が上層まで効率よく伝播するというを示唆していると思われる. プラネタリー波のこのような性質は, Matsuno (1970) において示されている.

ケース 2 の方がケース 1 よりも振幅の変化の様子が複雑であるように見える. これは, ケース 2 の方がより現実に近い複雑な設定をしているためと思われる.

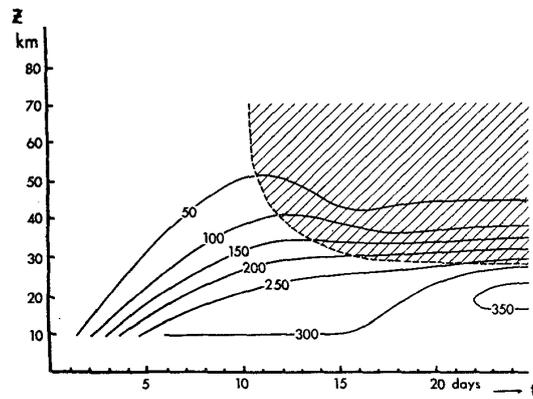


図 4.1: ケース 1 における  $60^\circ N$  でのプラネタリー波の振幅 (Matsuno, 1971).

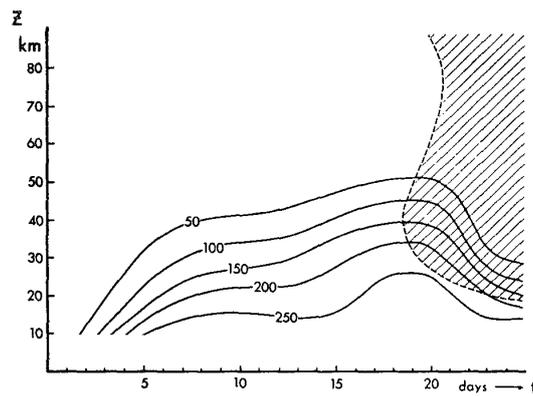


図 4.2: ケース 2 における  $60^\circ N$  でのプラネタリー波の振幅 (Matsuno, 1971).

## 第5章 まとめ

第3章において, Matsuno (1971) のモデルにおける支配方程式の一部を導出した. 支配方程式をすべて導出することはできなかったが, 波の鉛直伝播に関する方程式を導出したことで, 大気力学に対する理解はある程度深まった. 今後は残りの支配方程式を導出することで, 波と平均風の相互作用についての理解を深めたい.

第4章において, Matsuno (1971) の計算結果について考察した. 今後, さらに詳細で定量的な考察をしていきたい.

# 付録: Matsuno (1971) の全訳

## 成層圏突然昇温の力学モデル

松野太郎

### 要旨

成層圏突然昇温現象の力学は鉛直に伝播するプラネタリー波の帯状風との相互作用によって議論される。全球規模の擾乱が対流圏において発生したならば、それは上向きに対流圏へ伝播する。対流圏でその波は子午面循環の誘導を通して極夜ジェットを減速させるようにふるまう。そのようにして、極渦の歪みや衰弱が起こる。擾乱が激しくかつ持続するならば、西風ジェットはついには消滅し東風がとってかわるだろう。このとき「臨界層相互作用」が生じる。さらに言えば擾乱の弱まりの外に東風の増大と極地大気の急速な昇温が起こると予想される。モデルは断熱的で地衡流的な渦位方程式の数値積分によって立証される。計算結果は突然昇温現象に見られるこれらの特徴をもっている。

### 1. はじめに

この研究の目的はプラネタリー波の伝播とプラネタリー波の帯状風との相互作用の考察に基づき成層圏突然昇温現象の力学モデルを構築することである。突然

昇温イベントは多くの現象の複合体である。それらの中で次の三つの主要な特徴に関心を持とう。1) 成層圏の極渦の歪みや衰弱。2) 極地大気の突然昇温 (これについては子午面温度勾配の逆転に帰着する)。3) 西からの極夜ジェットの弱まりや消滅に続いて起こる極地を回る東風の出現<sup>\*1</sup>。この研究では断熱的で地衡流的な渦位方程式を解くことによってこれらの現象を説明しようと試みる。

今まで、突然昇温の原因について様々な見地から多くの著者が議論してきた。理論的な研究は主に極夜ジェットの安定性の吟味に関するものである (Fleagle 1958, Murray 1960, Charney and Stern 1962, Lindzen 1966, McIntyre 1971)。これらの結果によると、極夜ジェットは波による擾乱に対して安定ではないだろうが、不安定の程度は実際に観測されている現象を説明するには不十分だと思われる。極地大気が昇温する原因はこれらの研究では詳細に調べられていない。その上、Wexler (1959) で指摘されているように、不安定さが原因で自発的に衰弱が起こるならば、なぜ極夜ジェットは南半球では安定を保っているのだろう。南半球の極夜ジェットは北半球の同様の場所と比べていっそう強烈だ。どうやら、惑星規模の擾乱が昇温イベントを引き起こす決定的な役割を果たしているようで (この擾乱は冬の北半球にはほぼ常に存在する)、そしておそらく擾乱の究極の発端は地球表面の不均質性の下で招かれるはずだ (Reed 1963 を参照せよ)。

Reed *et al.* (1963), Miyakoda (1963), Julian and Labitzke (1965), Muench (1965), Murakami (1965), Perry (1967), Mahlman (1969) では暖候期における成層圏のエネルギー論や熱バランスを研究している。これらの研究は昇温に先立って起こる成層圏でのプラネタリー波の異常な発達が対流圏から供給されるエネルギーによって主に引き起こされるということと極夜ジェットの弱まりはエネルギーの渦への変換が原因とは考えられないということを示している。言い換えれば、ジェットの不安定さはその消滅の原因ではないようである。これらの結果の重要なもう一つの暗示は成層圏の大気はプラネタリー波の存在が原因で常に強い断熱上昇や断熱下降を受けているということである。したがって、波の構造の変化は昇温イベントにおいて観測されている値ほどの大きな温度変化をもたらすだろう。

このように、先行研究の結果からこの強制されたプラネタリー波の影響を突然昇温の理論において根拠として当然取り入れるべきであろう。したがって、Matsuno and Hirota (1966) と Hirota (1967a) はこの問題を「奇形極渦の順圧不安定」として公式化した。それらの結果は歪んだ流れが完全な円形の流れより不安定であることを示しているが、Miyakoda (非公式文書) によってなされた理論のさらなる考察ではこの型の不安定の可能性は確認されていない。

<sup>\*1</sup>この論文では区別が必要でない限り、「突然昇温」という語句はこれらの現象すべてに言及するのに使われる。

もう一つの研究手法には地形やオゾン光化学などの効果といった複雑な過程を扱う数値実験が必要である。Byron-Scott (1967), Manabe and Hunt (1968), Clark (1970) は成層圏の冬の循環を数値的に研究し解の中から似た現象を見つけようとした。Miyakoda *et al.* (1970) は極夜渦の消滅の模擬実験をしようと試みた。このとき初期条件として現実のデータ群を用いた。これらの実験の結果は突然昇温と同じ性質の現象をもたらすことにある程度成功したが、計算結果は前述の三つ特徴すべてを持ってはいない。エネルギー論の解析によって彼らは大気のより低い部分から波の擾乱が貫入することによって現象が本質的に発生することを確かめた。しかしながら、現象の詳細な仕組みに対する更なる見識は得られていない。

数値実験を始めるにあたって、これらの研究者は突然昇温の原因としていかなる具体的な過程も仮定していない。彼らは力学上、物理学上起こりうるすべての効果を含むものとして数値モデルを開発し、解に昇温のような現象が得られたあとで、その由来を求めようとした。逆にこの研究では、まず突然昇温のより具体的なモデルを仮定し、そして数値計算によってその妥当性を証明する。第2節ではある非常に単純な状況を理論的に考察することでモデルの物理的な仕組みを議論する。後続の節では数値積分によってより現実的なモデルを扱う。

## 2. モデルの仕組み

我々のモデルは基本的にプラネタリー波の伝播とプラネタリー波の帯状風との相互作用から成り立っている。これらの対象についての一般理論は Charney and Drazin (1961), Eliassen and Palm (1961), Dickinson (1968a, 1969) が発展させてきた。以下ではまずこれらの先行研究を再検討し、そして比較的重要な項目において我々の突然昇温のモデルに関するある具体的な問題を議論する。

### a. プラネタリー波の伝播

Charney and Drazin (1961) によると、一般風が穏やかな西風ならば、惑星規模の地衡流的な擾乱は対流圏から成層圏へと伝播しうる<sup>\*2</sup>。観測された風分布を用いた計算結果 (Matsuno 1970) は帯状波数が 1 と 2 の擾乱はもしかすると鉛直に伝播する可能性があることを示している。しかし、後者の波は伝播が可能な限界に非常に近い。プラネタリー波は東風の下では伝播できず、波が臨界高さ (帯状風速がゼロとなる高さ) に達すると波の振幅は急速に減少し、波のエネルギーの流れはゼ

<sup>\*2</sup>波の位相速度に関係がある。文書の後続の部分において、停滞した擾乱のみを考慮する。すなわち、その位相速度はゼロである。

口になるということも知られている。いずれの事実も波がそこで吸収されることを暗示している (Eliassen and Palm 1961, Dickinson 1968a)。その高さが水平ならば、波による子午面熱輸送は西風の層において一定であり、臨界高さで一気にゼロになる (Dickinson 1968a)。波の解の一階微分はそこで対数関数的な無限大を示す。これは伝播方程式の特異性に対する応答である (Charney and Drazin 1961)。物理的な暗示は温度擾乱の振幅が臨界高さの付近で非常に大きいということである。波の以上で触れた特異な振る舞いは定在状態の解に由来する。この理由は長期間持続する波に有効であろう (Dickinson 1970)。

## b. チャーニー・ドラジンの定理

Charney and Drazin (1961) は帯状平均場の鉛直伝播するプラネタリー波による変化は、二次までのオーダーの効果としてはゼロになるはずであることを示した。帯状平均等圧面高度  $\bar{\phi}$  の時間変化は

$$\bar{\mathcal{L}}\left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial B}{\partial z} - \frac{\partial M}{\partial y}\right) \quad (5.1)$$

によって決定される。ここで  $\bar{\mathcal{L}}$  は緯度  $y$  と高度  $z$  に関する省略型微分演算子<sup>\*3</sup>であり、 $B$  と  $M$  はそれぞれ、波による熱と運動量の子午面輸送を表している。(1) のより具体的な形については、読者はこの論文の第 3 節またはチャーニーとドラジンの論文を参照すること。この節では (1) に対するある特定の解の特徴に関する簡潔な考察のみがなされる。

波が定在的で基本風速がどこにおいてもゼロでないならば、 $(\partial B/\partial z) - (\partial M/\partial y)$  という式は寸分違わずゼロである (Eliassen and Palm 1961)。しかしながら、臨界高さが存在したり少しでも散逸効果が含まれるならば、(1) の右辺はゼロにならない (Dickinson 1969)。(1) の右辺がゼロになる条件は冬季成層圏において完全には実現しないけれども、チャーニー・ドラジン (C-D) の定理は以下の意味において第一近似に対して有効であると思われる。一般的に、プラネタリー波は熱と運動量を輸送するため、この原理は渦流束の効果と平均子午面循環の効果が互いに打ち消し合うために帯状平均場が保たれるということの意味するはずだ。帯状平均温度方程式における二つの項が打ち消し合う傾向は、数値実験 (Manabe and Hunt 1968) だけでなく観測的研究においても見いだせる。Hirota and Sato (1969) は帯状風速の実際の変化は渦運動量流束の収束との関連が非常に乏しいということを見だし、C-D 定理は通常の状態において適用できるだろうということを示唆した。エネルギー変換の計算結果は帯状運動エネルギーや帯状位置エネルギーの時間変化と散逸を合わせた大きさが個々の変換の大きさよりずっと小さいということを示し

<sup>\*3</sup>この演算子は乗法定数を除いて、(11) に現れる  $\bar{\mathcal{L}}$  のベータ面版と等しい。

ている (Reed *et al.* 1963, Julian and Labitzke 1965). これは上述の打ち消しを別に明示したものである. このように, 通常の冬の状態では, 帯状平均した風や温度の場は存続して熱や運動量を輸送する振幅の大きなプラネタリー波に対してほとんど応答を示さないとはいえるだろう. 突然昇温をプラネタリー波・帯状風の相互作用の枠組みで説明しようとするならば, ある状況を求めるべきである. C-D 定理が適用できない状況である.

### c. プラネタリー波による帯状風の加速

簡単のため, ベータ面上で問題を扱う. そして二つの緯度にあって, 鉛直方向に無限にのぼされ地面に垂直な壁によって水平方向に制限された大気を考慮する. さらに, 基本風は高度のみの関数でありプラネタリー波の位相は緯度方向に変化しないという仮定をする. プラネタリー波ははるか下方から伝播している. この場合波は運動量を輸送せず, (1) より平均高度の変化に対する強制は熱輸送が高さによって変化する場合のみ生じることが分かる.

まず基本風プロファイルが高度  $z_c$  に臨界高さをもつ状況を考慮する. この場合熱流束は  $z_c$  をよぎるときに正の値から一気にゼロになる. このとき方程式 (1) は

$$\bar{\mathcal{L}}\left(\frac{\partial \bar{\phi}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial y} |F(y)|^2 \delta(z - z_c) \quad (5.2)$$

となる. ここで  $F(y)$  は波の振幅の  $y$  依存性を表し, デルタ関数は熱流束の飛躍から生じる. 適当な境界条件の下で方程式を解くことで, 帯状平均の風と温度の場の変化が得られる. 問題の詳細な数学的解析はどこかほかのところで行うことにして, ある典型的な場合の結果を図 1 において説明する. 帯状平均高度は高緯度で高くなり低緯度で低くなる傾向がある.  $\partial \bar{\phi} / \partial t$  のこの分布に対応して, 負の  $\partial \bar{u} / \partial t$  (西風成分の減速または東風の加速) は子午断面のほぼすべてに分布し, 中緯度にその中心がある. 帯状平均温度の時間変化は図 1 の右側に示される. 臨界高さのすぐ下の高緯度に著しく昇温している領域が見いだされる. 一方低緯度では同じ大きさの降温が現れている. 臨界高さより上の温度傾向はそれより下とは逆である. しかし大きさはずっと小さい. 平均子午面循環の概略図は図 2 の左側で説明されている. この循環は (1) や (2) には現れていないが, 解に暗に含まれている. 上方へ伝播するプラネタリー波は極の方向への熱輸送と同時に生じる (Eliassen and Palm 1961) ため, 高緯度で加熱傾向, 低緯度で冷却傾向がある. 後者は流束の発散の結果である. これらの効果は高緯度で帯状平均の上方への運動を, 低緯度では下方への運動を強制する. 熱輸送が臨界高さより上ではゼロになるため強制された鉛直運動はそこで縮小する. そのとき質量流束の連続性のために臨界高さ付近で高緯度から低緯度への流れが存在しなければならない. この「波が引き起こす子

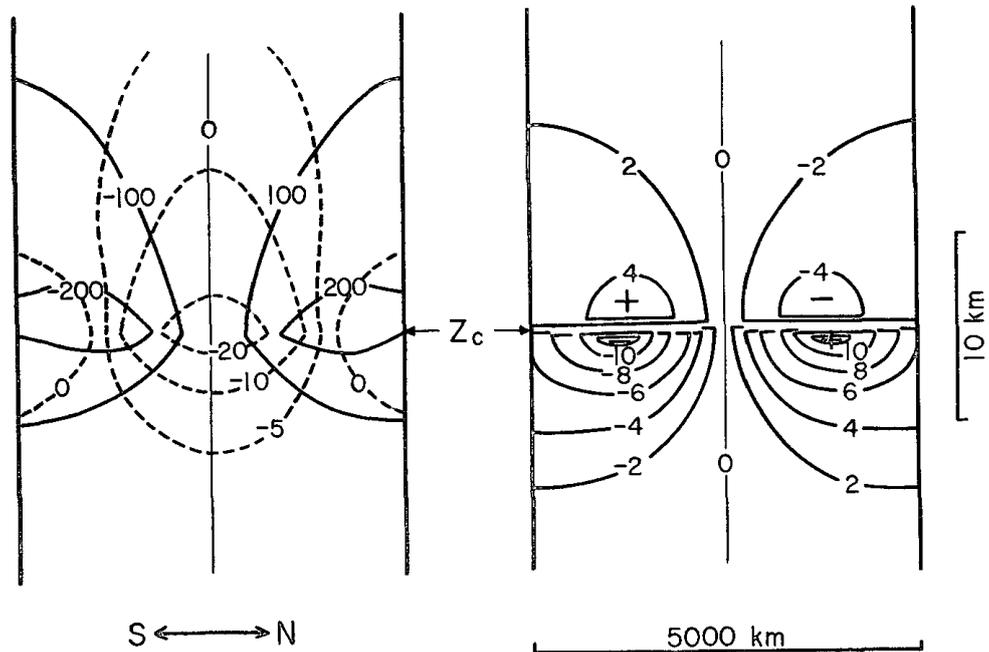


図 1: 臨界高さに入射するプラネタリー波によって引き起こされた帯状平均場の変化を子午面に示す。左: 等圧面高度の時間変化 (実線,  $\text{m day}^{-1}$ ) と帯状風の時間変化 (鎖線,  $\text{m sec}^{-1}\text{day}^{-1}$ )。右: 温度の時間変化 ( $^{\circ}\text{C day}^{-1}$ )。臨界高さにおけるプラネタリー波の振幅は 500 m と仮定している。

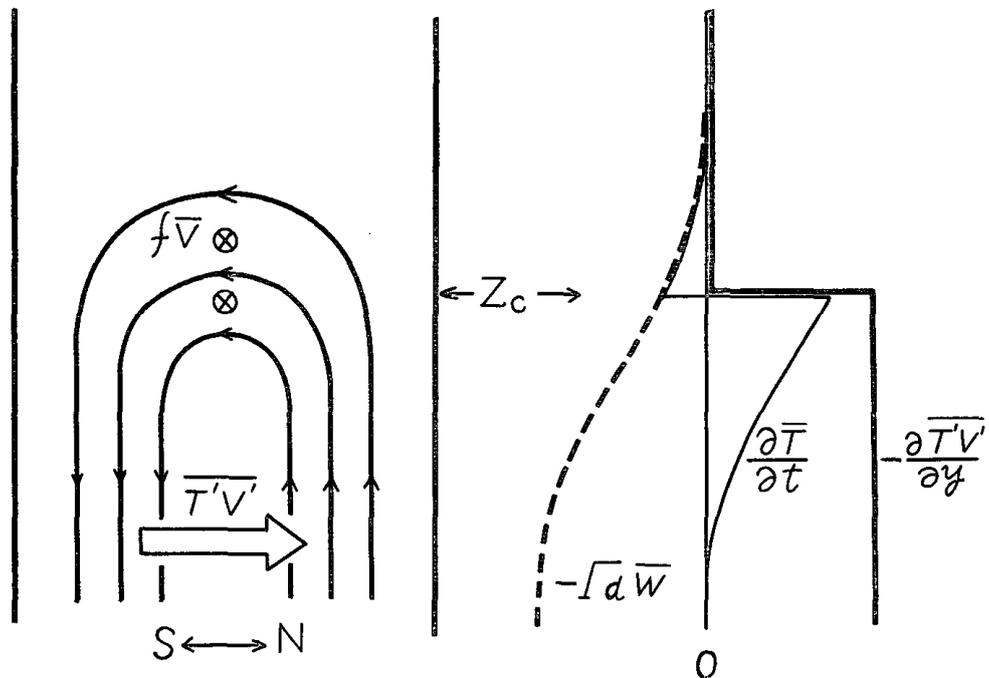


図 2: 波によって誘導された平均子午面循環 (左) と、渦の加熱 (太実線), 平均鉛直運動 (鎖線), 合成した温度変化 (細実線) を表す温度変化成分の鉛直分布 (右)。

午面循環」に作用するコリオリ力が図 1 に現れる東風の加速を引き起こす。

温度変化は渦の加熱と平均鉛直運動の効果とのバランスに起因する。臨界高さより下では前者が後者を上回り、したがって高緯度で昇温が起こる。それより上では鉛直運動のみが温度変化を引き起こす。これらの状況は図 2 の右側に示されている。臨界高さから大きく離れた高度では、温度変化は C-D 定理が暗示するように非常に小さい。

以上で説明された (2) に対する解が「臨界高さに入射するロスビー波は渦位の南向き輸送を強制する」という声明 (Dickinson 1970) と一致していることに注目すべきである。

次にもう一つの状況を考慮しよう。基本風はどこでも西風である。プラネタリー波は上向きに伝播して通過するだけの状態にある。言い換えれば、波がずっと下から発生して伝播し、波列の先端が考慮する時間までに例の高度  $z_f$  に到達すると仮定する。 $z_f$  のずっと下では波はほぼ定常状態に達するだろう。そのとき波が原因の熱流束 [(1) の  $B$ ] と同様に波の振幅は  $z_f$  の近傍で高度にしたがって減少するだろう。我々は帯状平均場に対する強制 [(1) の  $\partial B/\partial z$ ] が本質的に前の状況と同じであることに気付いている。唯一の違いはこの場合  $\partial B/\partial z$  が  $z_f$  に近い  $z$  の有限領域に分布するということである。一方前の場合では  $\partial B/\partial z$  は臨界高さ非常に集中していてデルタ関数によって表現された。したがって、今の強制によって引き起こされた帯状風の加速と温度変化は図 1 に示されているものと類似しているはずである。ただしより拡散していることは除く。このようにして我々は、波が強化状態にあるとき、上方伝播するプラネタリー波は帯状の東風の加速や高緯度側における大気の昇温と同時に生じると結論づける。対照的に、波が衰退しているときには、二次の効果は逆のように振る舞うだろう。しかし我々は今そういった状況に関心がない。

今まで、波に関連した運動量輸送がない場合のみを考慮してきた。帯状運動量の水平流束が存在するならば、それは水平層における運動量の再分配に寄与するだろうが、層における全運動量の正味の変化は引き起こせない。したがって、たとえ運動量輸送があるとしても、前述の考察は広い範囲の緯度に渡って同じ方向に生じる帯状風がこのような変化をするのに対して有効であろう。

#### d. 突然昇温のモデル

初期時刻において (通常の冬のプロファイルを持った) 帯状対称循環のみが大気全体に存在すると仮定する。また対流圏において惑星規模の擾乱 (帯状波数 1, 2)

が時間とともに成長して異常に大きい振幅に及び、長期間持続するとも仮定する。多くの著者 (例えば Miyakode 1963) が言及しているように閉塞型循環は対流圏において極夜ジェットの衰弱と同時に観測される。したがって、この仮定は道理にかなっている。

我々の疑問は成層圏が対流圏におけるこの波の強制にどのように応答するかということである。波は成層圏へと上方に伝播するだろう。この伝播の間に、波は西風ジェットの減速を引き起こす。これは前述の考察で示唆されているとおりである。このように、極夜ジェットは擾乱が振幅を増大すると同時に衰弱する。総合的な流れの傾向は変形して見えるだろうしさらに極渦が衰弱しているように見えるだろう。この期間、波に起因する温度擾乱が重要になり、高緯度での帯状平均温度はわずかに上昇する。これが事象の第一段階である。

東風の加速は高度の増加とともに増加すると思われる。なぜならば波の振幅は大気密度の減少とともに増加するからである。例の高さで、波が引き起こす加速はついには西風ジェットを壊し、東風ジェットを作り出すだろう。ひとたび東風ジェットが現れると、もう一つの効果、臨界面相互作用が役割を担うようになる。プラネタリー波はさらに上方へ伝播できないようにされ、そこで吸収される。結果として振幅が減少する。極冠領域の強烈な昇温が臨界面高さのすぐ下で起こると予想される。一方で平均温度は低緯度領域において下がるだろう。温度擾乱は臨界面高さ付近で大きいままであろう。これは前節において言及したとおりである。臨界面高さ付近の東風は波によって加速される。それに関して波はその高さを下げる。このように、昇温と風の反転は下方へ移る。これが事象の第二段階である。

この過程、臨界面高さにおける波の吸収とその結果として起こるその高さの低下は赤道風の準二年周期振動の原因に関する Lindzen-Holton 仮説 (1968) と共通である。しかしながら、二つの加速の仕組みは多少異なる。例えば、リンツェン・ホルトンの図式においては、帯状風は赤道波によって鉛直に輸送される帯状運動量の積み重ねによって主に加速される。一方で今の問題においては、加速は二次循環が原因のコリオリカに帰される。二次循環はプラネタリー波による熱輸送によって誘導される。波によるこれら二種類の帯状風の加速は Bretherton (1969), Lindzen (1970), Hayashi (1970) によってなされてきた。

### 3. 基礎方程式

我々のモデルは二つの過程から成り立つ。帯状風組織におけるプラネタリー波の伝播と波によって強制される帯状風の変化である。これらの過程を説明するために、二つの部分に分割した断熱的で地衡流的な渦位方程式を用いる。二つの部分と

は帯状平均とそれからのずれである。温度の基本状態は一定として扱う。ただし緯度勾配が現れる項における場合は除く。次の記号を用いる。

$t$	時間
$\lambda$	経度
$\theta$	緯度
$p$	気圧
$p_0$	典型的地上気圧
$z$	標準状態における等圧面の高度 $z = -H \ln(p/p_0)$ と定義
$H$	典型的スケール高度 (7 km と見なされる)
$a$	地球の半径
$\Omega$	地球の自転の角速度
$N$	ブラントパイサラ振動数 ( $= 2 \times 10^{-2} \text{sec}^{-1}$ )
$u, v, w$	それぞれ $\lambda, \theta, z$ 方向の速度擾乱
$\phi$	等圧面の高度擾乱
$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	それぞれ $\lambda, \theta, z$ 方向の帯状平均速度
$\bar{\omega}$	$\bar{u}/(a \cos \theta)$ , 帯状平均角速度
$\bar{\phi}$	等圧面の帯状平均高度
$\bar{Z}$	帯状平均絶対渦度
$\bar{q}$	帯状平均渦位
$\beta$	$2\Omega \cos \theta/a$ , ロスビーパラメーター
$\epsilon$	$2\Omega/N$
$l$	$\epsilon a$ ( $\sim 46$ km)

### a. 擾乱方程式

帯状流にちりばめられた小さい摂動に対する渦位方程式は

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \mathcal{L}_p(\phi) + \frac{\partial \bar{q}}{a \partial \theta} v = 0 \quad (5.3)$$

と書ける。ここで  $\mathcal{L}_p$  は  $\phi$  から地衡渦位を生み出す演算子を意味する。その形は (6) と類似している。我々はここではそれを明記しない。(3) において、 $v$  は地衡風で近似されている。ただし  $\beta$  が掛かる部分を除く。そこではエネルギーの一貫性のために第二近似 (変圧風成分の算入) が使われる (Matsuno 1970)。したがって  $v$

を

$$v = \frac{1}{2\Omega \sin \theta} \left[ \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + \left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) u_g \right] \quad (5.4)$$

と表現する. ここで  $u_g$  は地衡風の  $u$  成分である. (4) を (3) に代入すると

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + \bar{\omega} \frac{\partial}{\partial \lambda} \right) \mathcal{L}(\phi) + \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} \frac{1}{\sin^2 \theta \cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = 0 \quad (5.5)$$

を得る. ここで  $\mathcal{L}$  は

$$\mathcal{L} \equiv \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\cos^2 \theta \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} + l^2 \frac{1}{p \partial z} \left( p \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad (5.6)$$

と定義され,  $\partial \bar{q} / \partial \theta$  は帯状平均渦位の緯度勾配であり,  $\bar{\omega}$  によって

$$\frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} = a\beta - \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{\omega} \cos^2 \theta) \right] - l^2 \sin^2 \theta \cos \theta \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( p \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial z} \right) \quad (5.7)$$

と書ける.

## b. 帯状平均方程式

帯状平均の角運動量と層厚に対する方程式と連続の式は

$$\cos \theta \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\bar{u} \bar{v} \cos^2 \theta) - 2\Omega \sin \theta \cos \theta \bar{v} = 0, \quad (5.8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \right) + \frac{1}{a \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \cdot \bar{v} \cos \theta \right) + N^2 \bar{w} = 0, \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial}{a \partial \theta} (p \bar{v} \cos \theta) + \frac{\partial}{\partial z} (p \bar{w} \cos \theta) = 0 \quad (5.10)$$

と書ける. ここで上線は緯度円に渡る平均を意味する. したがって,  $\overline{\bar{u} \bar{v}}$  と  $\overline{(\partial \bar{\phi} / \partial z)}$  はそれぞれ渦運動量と層厚流束を表す. 地衡風を用いてそれらを求め,  $\bar{v}$  と  $\bar{w}$  を消去すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \bar{\mathcal{L}}(\bar{\phi}) + \frac{1}{2\Omega a^2 \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \theta} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \right) \right. \\ \left. + \frac{l^2}{\sin \theta} \frac{1}{p} \frac{\partial}{\partial z} \left( p \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial z} \frac{\partial \bar{\phi}}{\partial \lambda} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

を得る. ここで  $\bar{\mathcal{L}}$  は (6) において  $\partial / \partial \lambda = 0$  と定めることで得られる演算子を意味する.

方程式 (5) と (11) は  $\phi$  と  $\bar{\phi}$  の時間発展を決定するための閉集合を形作る. 方程式 (5) は Matsuno (1970) で扱われた方程式と等しい. その論文では  $\bar{\omega}$  を規定することによってプラネタリー波の定常状態が得られた. この方程式は同じ問題の解析に対して Dickinson (1968b) によって得られたものとも類似している. それは任意に分布した帯状速度をもつジェットの安定性解析に対して Charney and Stern (1962) や他の著者が用いた方程式とも本質的には同じものである. したがって, 不安定が生じたならば, (5) はプラネタリー波の伝播に加えて順圧的や傾圧的な波の成長も表すだろう.

方程式 (11) は Charney and Drazin (1961) が扱った類似した方程式を拡張した形である. その方程式については第 2 節の (1) や, また Dickinson (1969) などを参照せよ.

一般に, (5) の解は  $\lambda$  についてのフーリエ級数で表現できる. しかしながら, この研究では解が一つの波の成分のみを持つ場合に考察を限定する. さらに, 従属変数  $\phi$  と  $\bar{\phi}$  を  $\psi$  と  $\bar{\psi}$  に変換する. 変換は次の通り密度の影響を表す項を分離して行う.

$$\phi(\lambda, \theta, z, t) = e^{im\lambda} e^{z/2H} \psi(\theta, z, t), \quad (5.12)$$

$$\bar{\phi}(\theta, z, t) = e^{z/2H} \bar{\psi}(\theta, z, t). \quad (5.13)$$

適切な置換を行うと, そのとき (5) と (11) は

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + im\bar{\omega} \right) \mathcal{L}_m(\psi) + \frac{\partial \bar{q}}{\partial \theta} \frac{im}{\sin^2 \theta \cos \theta} \psi = 0, \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathcal{L}_0(\bar{\psi}) + \frac{m}{4\Omega a^2} e^{z/2H} \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \text{Im}(\psi^* \mathcal{L}_m \psi) \right] = 0 \quad (5.15)$$

となる. ここで  $\mathcal{L}_m$  は

$$\mathcal{L}_m \equiv \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\cos \theta}{\sin^2 \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + l^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{m^2}{\sin^2 \theta \cos^2 \theta} - \frac{l^2}{4H^2} \quad (5.16)$$

として定義され,  $\psi^*$  は  $\psi$  の複素共役を意味し,  $\text{Im}$  は虚数部分を表す. (15) の最終項の丸括弧内の量は (11) における対応する表現を部分積分し恒等式

$$\text{Im}(\psi^* \psi) = 0$$

を用いることで得られる.

(14) と (15) から総エネルギーの保存の方程式を得られる. それは有効位置エネルギーの適当な定義と, 球形の場合に対応する C-D 定理の下で得られる.

## c. 初期条件

考慮する領域において最初は擾乱がないと仮定する. すなわち

$$\psi(\theta, z, 0) = 0 \quad (5.17)$$

ということである.  $\bar{\psi}(\theta, z, 0)$  の初期分布は, あるいは  $\bar{u}$  や  $\bar{T}$  と同等に, 重要なパラメーターの一つであり, 各々の実験において明記される.

## d. 境界条件

$$z = z_1(\text{最低部}) \begin{cases} \psi = F(\theta, t) \\ \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (5.18)$$

$$z = z_2(\text{最高部}) \begin{cases} \psi = 0 \\ \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (5.20)$$

$$(5.21)$$

$$\theta = \theta_1 \text{ および } \theta_2 \begin{cases} \psi = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial \theta} \right) = 0 \end{cases} \quad (5.22)$$

$$(5.23)$$

$F(\theta, t)$  という表現は予報変数であり, 条件 (18) は擾乱が最低部で強制されるという基本的な仮定を表す.  $F(\theta, t)$  の分布は後ほど与えられる. すべてのケースにおいて,  $z_1 = 10 \text{ km}$  と選択する. これは極地の対流圏界面の平均高度に相当する. (19) により平均場が最低の高さでは変化しないと仮定する. 理由是对流圏では帯状平均流が対流圏渦によって維持されるからである. ほとんどの対流圏渦は成層圏におけるプラネタリー波と独立であろう. 経験的にこの仮定は妥当であるように思われる.

擾乱とその帯状流に対する影響は積分期間中に積分領域の最上部に到達しないと仮定する. これは (20) と (21) によって表されている. 内部ロスビー波の鉛直群速度は  $5 \text{ km day}^{-1}$  未満である (Charney 1948) から, これらの仮定は  $z_2 - z_1 = 100 \text{ km}$  および  $t < 25 \text{ days}$  に対してなかなか合理的であろう.

条件 (22) は擾乱が固定壁が仮定される緯度 (ケース A と B) あるいは極と赤道 (他のケース) でゼロになるということを意味する. 赤道で擾乱がゼロになるという仮定は擾乱が東風領域において強力的に減衰するはずであるという考察に由来する. 方程式 (23) は  $\bar{u}$  の有限性あるいは (22) から得られる強制としての有限性の結果として生じる.

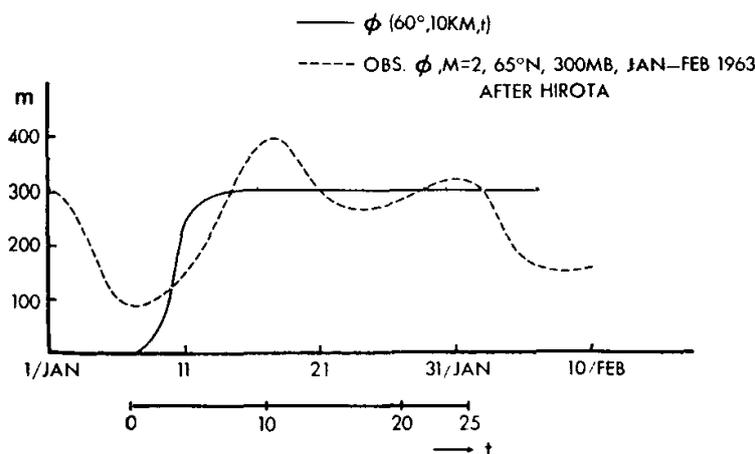


図 3: 下側境界で強制された波の振幅 (実線). 鎖線は 1963 年 1-2 月に 300 mb で観測された  $m = 2$  の波の振幅を示す (データは廣田博士より).

e. 強制関数

まず,  $60^\circ$  に最大値をもつ正弦関数を仮定することによって  $\theta$  依存性を分離する. すなわち

$$F(\theta, t) = \begin{cases} 0, & 0^\circ < \theta < 30^\circ \\ \sin [\pi(\theta - 30^\circ)/60^\circ] \phi_{\max} f(t), & 30^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \end{cases} \quad (5.24)$$

である. この形式は擾乱の実際の緯度分布に定性的に一致する (Teweles 1963, Hirota and Sato 1969, Matsuno 1970). 図 3 に示されるように, 関数形  $f(t)$  を我々のモデルにおいて仮定された擾乱の振る舞いを表現するように選択する. 強制の振幅として,  $\phi_{\max} = 300 \text{ m}$  というかなり大きな値を選択する. これは昇温の発生を期待してのことである. 図 3 において, 1963 年 1 月から 2 月の期間の 300 mb での  $m = 2$  の波の観測された振幅を示す (東京大学の廣田博士が可視化したデータより). どうやら, 仮定された強制関数は突然昇温イベントのときの実際の状況に対するよい近似になっているようである. 同じ強制関数が三つすべての波成分  $m = 1 - 3$  に対して使われるだろう.  $m = 3$  の波の振幅は  $m = 2$  の波の振幅とたいてい類似している. しかしながら,  $m = 1$  の波が 10-km の高さで 200 m より大きく成長することは非常に稀である (Hirota and Sato 1969 を参照せよ). そしてしたがって, モデルではこの波成分に対して対流圏の強制を強調してよい.

バイロン・スコットの数値実験において,  $m = 1$  の波の強制は 70-mb の高さで与えられた. 彼は定常波と進行波両方の成分を考慮した. そしてそれらの最大振幅をそれぞれおおよそ 200 m と 600 m と仮定した.

## 4. 数値積分の結果

### a. 有限差分法

方程式 (14) と (15) は  $90^\circ$  の緯度長 (ケース A, B については  $60^\circ$ ) と 100 km の深さをもつ領域で発展問題として数値的に積分される. 格子間隔としては  $\Delta\theta = 5^\circ$ ,  $\Delta z = 2.5$  km もの大きな値が選択される. 後者の値は  $\bar{u}$  を固定した次元伝播方程式の数値積分によって検証され, 50 日間まで臨界高さで波の特異挙動を表現するのに十分小さいということが判明した. 時間増分  $\Delta t$  は 1 hr と定められる. これは  $\Delta t = 1/100$  day,  $1/50$  day, 1 hr として積分した結果が非常に小さな差しか示さなかったという経験に基づいている.

緯度方向の格子点の配列については  $\psi$  (擾乱) の点は二つの境界および内側の等間隔の点に配置される格好になる. 一方  $\bar{\psi}$  (帯状平均) の点は二つの隣接した  $\psi$  の点の間にある<sup>\*4</sup>. 鉛直方向においては,  $\psi$  と  $\bar{\psi}$  の両方とも同じ高さに規定される. こういった網目を採用することによってエネルギー保存を満たし続けられる. ただし時間切り捨て誤差については除く.

この節では次の五つの積分結果を提示する. これらの実験に対するパラメーターの値や他の条件を表 1 に示す. 図 3 に示す強制関数をすべてのケースにおいて用いる.

表 1: 積分の詳細.

ケース	形状	帯状平均風の初期条件	波数 $m$
A	45° ベータ面 90°, 30° に壁	$\bar{u}(\theta, z)$ , 一定 = $33 \text{ m sec}^{-1}$	1
B	球面 30° に壁	$\bar{\omega}(\theta, z)$ , 一定 = $0.1 \Omega$	1
C1	球面	図 9 に示されるような	1
C2	0° に壁	典型的な冬の状態	2
C3			3

<sup>\*4</sup>極に最も近い  $\bar{\psi}$  の点は  $87.5^\circ$  にある. 便宜上, この点での帯状平均量は北極のものを代用として参照する.

## b. ケース A

この計算を行う目的は提案されたモデルが期待通りに機能するか確認することとモデルの最も単純な形式においてモデルを可視化することである。初期時刻の平均場には有効エネルギーが存在しないということに注意せよ。図 4-6 は選ばれた緯度で得られた時間-高度断面での事象の発展を示す。高さ 10-km で加えられた擾乱は  $t = 11$  days あたりで東風が出現するまで時間の経過とともに上方の層へ伝播する。このとき波のエネルギー密度はほぼ一定に保たれる。その時刻の後波の上方伝播は東風によって遮断される。東風の層においては擾乱は衰弱し、消滅する。一方で西風の層においては擾乱は一定の強度を維持する。図 5 において、西風の衰弱と東風への転換が見られる。これは仮説から予想されるとおりである。東風の層は最初は非常に急速に下方へ広がり、その後ゆっくりになる。なぜならば大気密度は層が下がるにつれて大きくなるからである。極の温度 (図 6) は最初の 10 日間じわじわと増大する。そしてその後  $t = 12$  days の後で急速に上昇する。これは東風が出現する時刻である。初期段階において温度のずれが最大である高さは波の前面部分の位置に向かって上方に移動する<sup>\*5</sup>。突然昇温後、最暖層は臨界高さの降下につれて下へ移動する。このように、第 2 節において記述した突然昇温イベントの構想は実際に起こることが分かる。

図 7 において  $t = 15$  days での  $\bar{u}$ ,  $\partial\bar{u}/\partial t$ ,  $\partial\bar{T}/\partial t$  の分布を子午断面に示す。このケースにおいては臨界高さを結んだ面は水平面ではなく、傾いている。この点はさておき、図 1, 7 において多くの共通の特徴が見いだせる。このように、仮定された仕組みは数値モデルにおいて本当に機能していると思なされる。

考慮中の実験は突然昇温の原因に関する興味深い情報を与えてくれる。このケースにおいては高緯度の温度は最初の時期を除いて常に低緯度より高い。波は低緯度から高緯度へ熱を輸送するため、波は積分期間の間じゅう渦位置エネルギーを帯状位置エネルギーに変換する。この事実は突然昇温が擾乱の傾圧不安定特性なしで発生するという暗示を示す。しかし傾圧不安定は現実大気における事象の主要な特徴の一つである (Reed 1963)。

## c. ケース B

図 7 において我々は  $\partial\bar{T}/\partial t$  が非対称分布をもつことに気付いた。例えば、突然降温が昇温と同じ強度で低緯度において発生しているといった具合である。実際に観測された事象においては、低緯度での帯状平均温度はわずかに下降するが昇温

<sup>\*5</sup>温度擾乱は突然昇温イベントの初期段階において上方に伝播する (Hirota 1967b)。

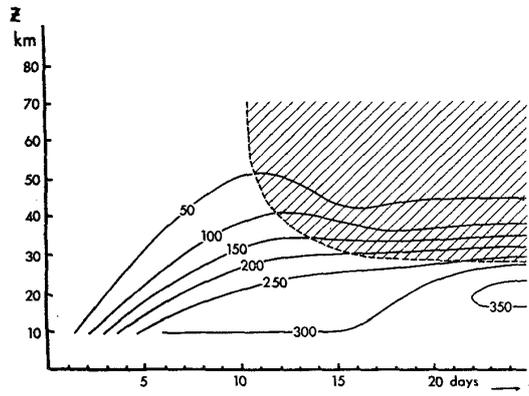


図 4: ケース A, 時間と高度の関数で表した 60N での擾乱の振幅. 影付き領域は東からの平均流を示す.

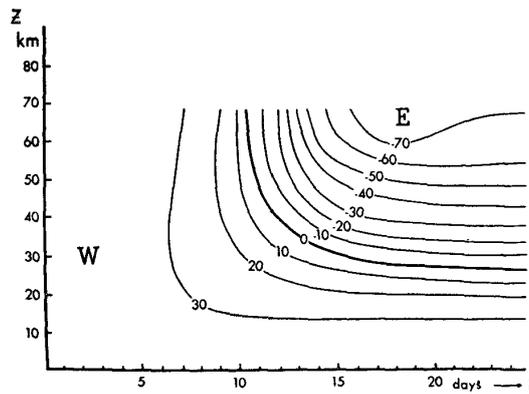


図 5: ケース A, 時間と高度の関数で表した 60N での平均帯状風の速度 ( $\text{m sec}^{-1}$ ).

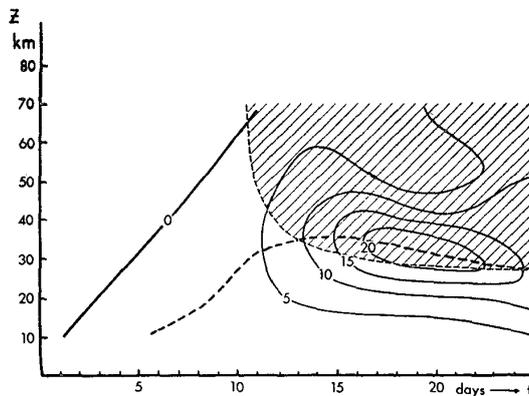


図 6: ケース A, 時間と高度の関数で表した極での温度 ( $^{\circ}\text{C}$ ). 太鎖線は温度上昇が最大の高さを示す. 東風の層は影が付けられている.

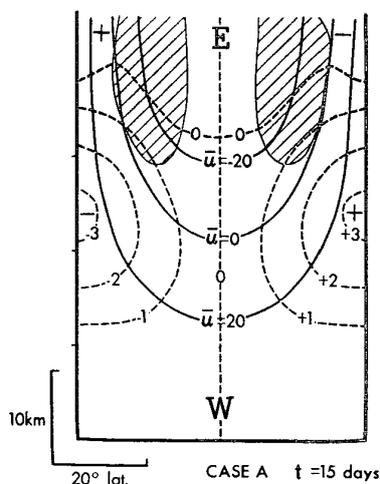


図 7: ケース A,  $t = 15$  days, 子午断面において示した帯状風の分布 (実線), 温度変化 (鎖線,  $^{\circ}\text{C day}^{-1}$ ), 著しい東風の加速 ( $\partial \bar{u} / \partial t < -7.5 \text{ m sec}^{-1} \text{ day}^{-1}$ , 影付き).

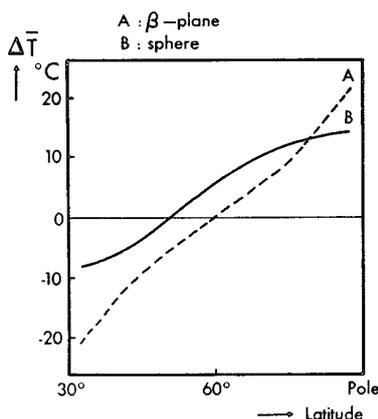


図 8: ケース A (鎖線) とケース B (実線) に対する, 緯度の関数で表した温度の初期値からのずれ.

よりずっと小さい程度までしか下降しない傾向がある (Julian and Labitzke 1965, Fritz and Soules 1970). この矛盾は地球が球形であることを考慮することによって取り除かれる. もう一つの計算は球面座標で行われた. 他の条件はケース A と等しいままにした. 図 8 において提示されている結果から, 極領域において低緯度の温度下降より大きな温度上昇が認められる. 我々の系では地域面平均温度が一定のままであることを注意せよ. すなわち

$$\int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial t} \cos \theta d\theta = 0 \quad (5.25)$$

である.

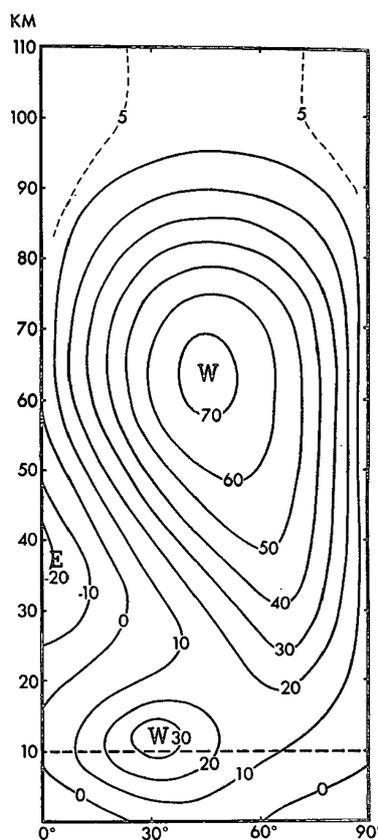


図 9: 带状風の初期擾乱. これはケース C1-C3 に対する初期条件として採用される.

この関係は空間的に一定の静的安定度を取り入れることから生じ、地衡風近似が現象を記述するのに有効である限りは持続するはずである.

#### d. ケース C1, C2, C3

これらの積分では図 9 に示される現実的な風擾乱が  $\bar{u}$  の初期状態として与えられる. 風モデルは 30-km の高さより下の典型的な冬の状況をなかなかよく表す. この高さより上では観測データが乏しく、モデルは定性的な妥当性しかもたないだろう.

ケース C1 ( $m = 1$ ) の結果を 60N での  $\bar{u}$  と極での  $\bar{T}$  の時間-高度断面として図 10, 11 に示す. これらの図はケース A に対応するもの (図 5, 6) と非常に類似していることに注目しよう. 我々の興味の本質的な点に関しては類似している. しかしながら、それぞれの昇温に伴って、二つの独立した東風の層が  $\sim 25$  km,  $\sim 65$  km に認められる. 高いところでの昇温は実際に発生する (Hirota 1968, Quiroz 1969)

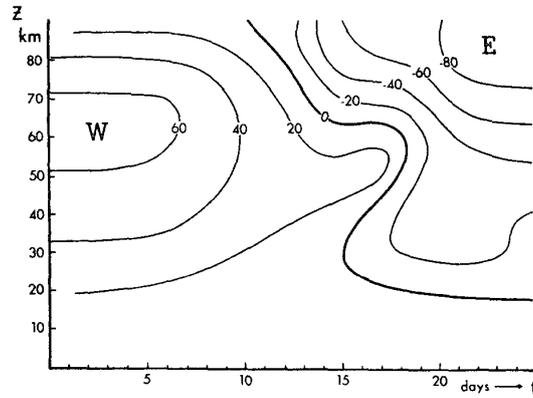


図 10: ケース C1, 60N での平均帯状風の時間-高度断面.

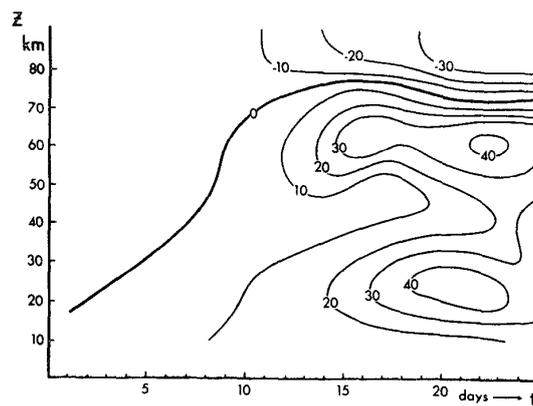


図 11: ケース C1, 極での温度 [初期温度からのずれ (°C)] の時間-高度断面.

けれども, 図 11 に示すような二層の昇温は対応する現象が観測されていないように思われる. 東風ジェットが出現するかどうかは初期風速と波が引き起こした加速の積算量との複雑なバランスの結果として生じた状態に依存する. 二つの東風の領域をたまたま得ることがあるかもしれない. 多かれ少なかれ独立にである. この特性はさておき, 温度変化の大きさ ( $\sim 40\text{C}$ ) と発生タイミング (昇温前段階に対する  $\sim 15$  days と 突然昇温に対する  $\sim 5$  days) は道理にかなっている.

図 12-14 では, ケース C2 ( $m = 2$ ) の結果を前のケースにおいてと同じ方法で示している. 考慮中の実験では昇温は一つの層において起こる. これらの図とケース A における図との間の類似性がはっきり見えるだろう. 同じ過程が現象を引き起こす原因であることが推測される. 極での  $80\text{C}$  の温度上昇は高すぎることはないであろうが,  $60 \text{ m sec}^{-1}$  を上回る東風は非現実的である. しかしながら, 我々が多少非現実的な状況を扱っているということを思い出せば, こういった結果が予想されるだろう. 非現実的な状況とは永久的な強制, 散逸効果が一切ないことなどである. 昇温層の高度である  $20\text{-}45 \text{ km}$  は観測された事象と類似している. 昇温層の上の降温層の出現は Quiroz (1969) によって確証されているが, 一般的な現象ではないように思われる.

ケース C3 ( $m = 3$ ) の結果は見ごたえがない. 積分期間中の  $\bar{u}$  と  $\bar{T}$  の変化は最大でそれぞれ  $1 \text{ m sec}^{-1}$  と  $2\text{C}$  までしか達しない. 擾乱はかろうじて成層圏に入る程度であり, 高度に伴う位相変化が非常に小さいため, 結果として非常にわずかな熱輸送しかなされない. もちろん, これらの事実は線形伝播論から推論できる. 実際に発生する突然昇温は  $m = 1$  の波か  $m = 2$  の波のどちらかと関係しており,  $m = 3$  の波とは関係していないということが知られている. この点では我々の結果は観測と一致する.

要約すると, 現実的な条件下での数値積分の結果は多くの基本的な特性において実際の現象とかなりよく一致していると言ってよいだろう.

## 5. 観測との比較

我々の計算における強制的関数形は 1963 年の突然昇温のときの  $m = 2$  の波におおよそ合うように作られた. この昇温イベントは  $m = 2$  の波が異常に強化したという特徴がある. それは他の成分をほぼ排除していた. したがって, ケース C2 の結果を 1963 年の昇温イベントにおいて観測された現実の成層圏循環と比較することはそれだけの価値があるように思われる. 図 15 には  $t = 10, 18, 20, 22$  days の  $p = p_0 \exp(-30 \text{ km}/H) \approx 13 \text{ mb}$  等圧面の高度, 等圧面上の温度を示す. 1963 年の昇温における観測された循環と温度分布については, 例えば, ベルリン自由大

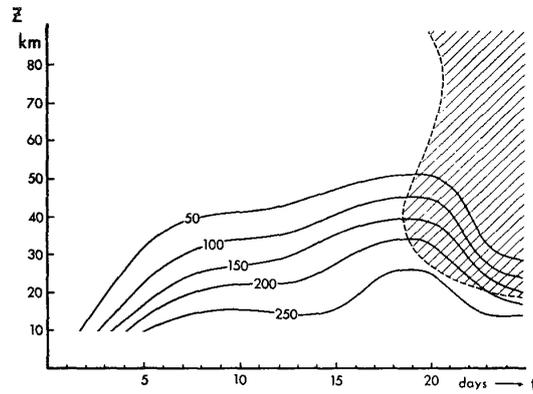


図 12: ケース C2, 60N での波の振幅の時間-高度断面. 影付き領域は東からの平均流を示す.

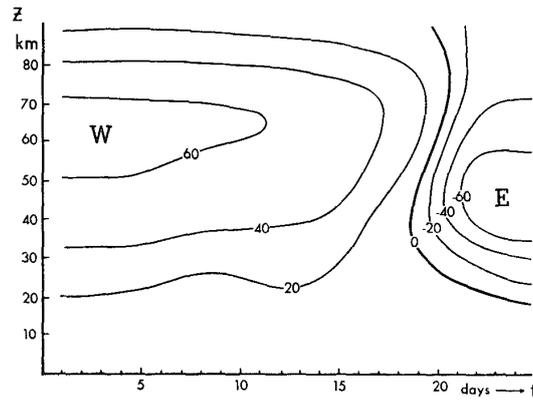


図 13: ケース C2 であることを除いて図 10 に同じ.

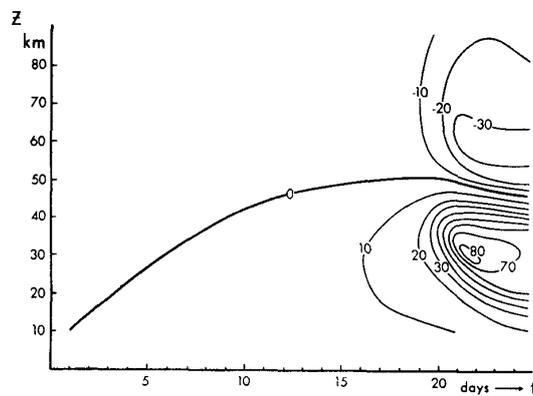


図 14: ケース C2 であることを除いて図 11 に同じ.

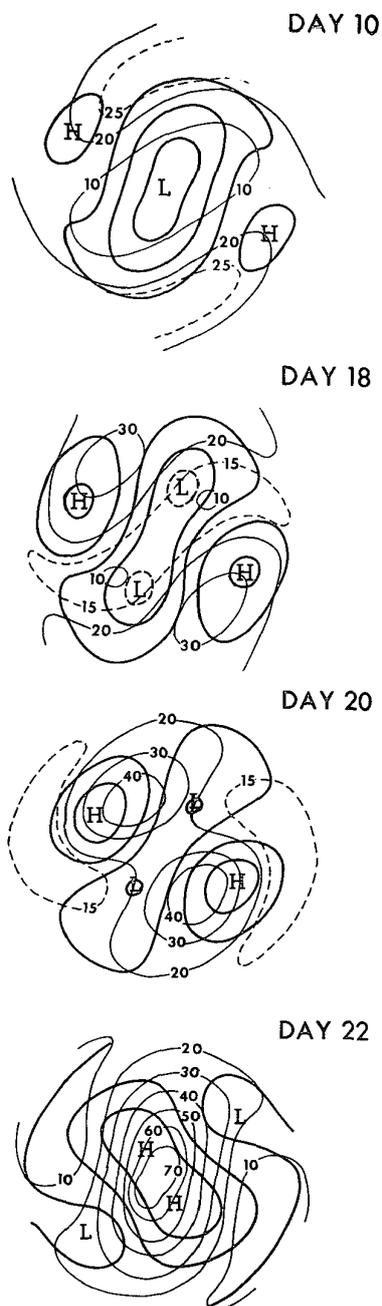


図 15: ケース C2 での等圧面高度 (500 m 毎等高線, 太線), 温度 ( $^{\circ}\text{C}$ , 細線),  $p = p_0 \exp(-30 \text{ km}/H) \approx 13 \text{ mb}$  の面. 温度は極での初期値からのずれで示す. 等高線は 30N の北の領域を囲む.

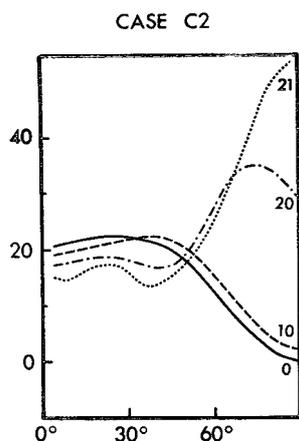


図 16: ケース C2, 日数  $t = 0, 10, 20, 21$ ,  $z = 30$  km の緯度の関数で表した帯状平均温度 [縦座標 ( $^{\circ}\text{C}$ ), 極での初期値からのずれ].

学発行の日々の 10-mb 図 (*Meteorologische Abhandlungen*, Vol. 40) や, Finger and Tweles (1964) や Sawyer (1965) による論文を参照すること. 計算結果を観測結果と比較すると誰でも 1963 年 1 月 7 日に  $t = 0$  を割り当ててだろう (図 3 を見よ).

事象の計算発展が多くの観測されたものと多くの点において似ているということに注目する. 似ている点とは極低気圧の伸長と分離, 二つの高気圧の発達と極域を超えてのその融合, 昇温段階において系全体がゆっくりと時計回りに回転すること (西方への運動) などのことである. 図 16 には  $t = 0, 10, 20, 21$  days での帯状平均温度の緯度分布を示す. 対応する観測結果は Julian and Labitzke (1965, 図 3) に見いだせるだろう. 計算と観測の両方において弱い高緯度での昇温と低緯度での降温が最初の 10 日間に見いだせる. そして著しい昇温が次の 10 日間に 60N の北で起こる. 図 16 において昇温領域と降温領域との境界は  $\sim 45\text{N}$  に位置し, それは時間とともに北方へ遷移するということが誰でも気付く. この特徴は観測においても見いだせ, 南半球における振動する温度変化において一般に見いだせ, また 1970 年の昇温イベントにおいても見いだせると Fritz and Soules (1970) によって最近報告された.

このように, 我々の計算結果は 1963 年の実際の突然昇温イベントに対して多くの類似点をもつ. しかしながら, いくつかの点において, 結果は観測される現象と異なり, また第 2 節においてなされた理論的考察から予想された現象とも異なる. このモデルでは強烈な擾乱の侵入が西風ジェットの衰弱を誘導するということが, しばらくしてそれが東風ジェットに変わるということを仮定している. しかしながら, 計算発展はそう単純ではない. 図 12, 13 を調べることで, 誰でも西風の風速が最初の 9 日間減少するが, その後すぐ横ばいになるということに気付くだろう. 擾

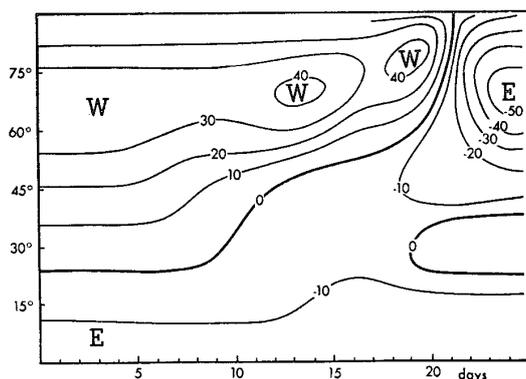


図 17: ケース C2 での  $z = 30$  km における平均帯状風の時間-緯度断面.

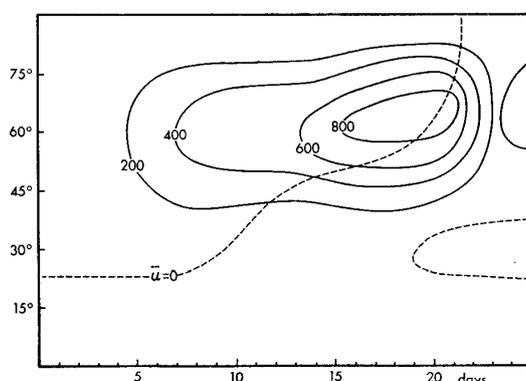


図 18: ケース C2 での  $p = p_0 \exp(-30 \text{ km}/H)$  等圧面の高度擾乱 (m) の時間-緯度断面.

乱は成長をやめ、わずかに弱まっただけの西風ジェットとほぼ釣り合った状態に達するように見える。9-14 days の期間では、高緯度の西風ジェットはほぼ元のままである。しかしながら、低緯度では西風は縮小し続け、図 17 において示すように東風になる。この図は 30-km の高さでの帯状風の時間-緯度断面である。熱帯域には東風が存在するため、プラネタリー波は西風を減速させ、臨界面の近傍においてさらなる東風を生み出す。臨界面は西風と東風の境界を示し、それはこのケースでは高さと呼ぶにはあまりに大きく傾いている。そして臨界面は北方へ遷移する(図 17)。 $t = 15$  days の後で擾乱は再び増大し、中緯度における西風の衰弱のためにさらに上方へ伝播する。誰でも図 12 においてだけでなく図 18 においてもこういった展開が見えるだろう。図 18 は  $p = p_0 \exp(-30 \text{ km}/H)$  等圧面の高度擾乱の時間-緯度断面である。弱い西風ほど波の伝播に対してより好都合である<sup>\*6</sup>。これは Charney and Drazin (1961) によって理論的に議論され、Hirota and Sato (1969)

<sup>\*6</sup>波が伝播の起こる限界に近い場合この議論はこのケースにおいて有効である。条件が限界にほど遠いならば、弱い西風ほど波の群速度はより小さいという結果になる。

によって観測的に立証された。強化された波は更なる減速を引き起こし、そしてこのフィードバックを通して、極夜ジェットは  $t = 20$  days あたりでついに消滅する。この現象の連鎖は数値モデル C2 において起こった。

誰でも熱帯域における東風の存在と以上で記述した仕組みが突然昇温を引き起こす重要な要素であると考えよう。一般に、これらの効果は存在しなければならず、現実の事象においていくつかの役割を担わなければならない。しかしながら、我々のモデルの計算は効果を誇張しているように思われる。対応する観測された状態を解析したもの (Hirota and sato 1969, Fig. 2a, Fig. 7a) では、図 12, 18 に現れる波の段階的伝播をほとんど認識できない。その代わりに波数 2 の擾乱が継続的に成長することと、西風が継続的かつすべての緯度で同時に衰弱することが分かる。振り返ると、誰でも不一致の発端が初期段階での波の振幅の計算誤差であると気付く。 $t = 9 - 14$  days の波の計算された振幅である、10mb で  $\sim 500$  m は観測値の半分でしかない。類似の不一致は定常状態問題の研究 (Matsuno 1970) において起こる。したがって今のプラネタリー波の伝播を決定する図式が  $m = 2$  の波の伝播を過小評価する傾向があるということが疑われる。波の振幅が数値モデルにおいて正確に計算されるならば、西風ジェットの衰弱はより早く起こるであろうし、熱帯域における臨界面相互作用は今の計算ほど重要な役割を担わないかもしれない。

我々のモデルでは高緯度成層圏における臨界高さの生成がそれに続く突然昇温の発生に対する本質的な必要条件である。観測面では、昇温の発生に先立つ高高度での東風の出現が 1963 年の事象において報告されている (Finger and Teweles 1964)。しかしながら、この東風が半球循環の一部なのか強化されたプラネタリー波に関連した単なる局地的な風なのかは依然として疑わしい。理論面でも、帯状平均状態における臨界高さは必要かどうかという疑問が残されている。異なる規模の波が共存するならば、帯状平均した大規模な波の重なりは小規模の波に対する平均場のように振る舞うだろう。 $m = 1$  の波が冬季成層圏においてほぼ常に存在するため、小規模の波に対する局地的な臨界高さはかなり頻繁に中緯度に存在する。臨界高さの過程の理論 (波の吸収、平均風の加速) がこういった種類の臨界高さに適用できる範囲についての疑問は解決されなければならないように思われる。プラネタリー波の定常状態の研究では、Matsuno (1970) が  $m = 1$  の波の存在が局地的に西風の速度を減少させることによって  $m = 2$  の波の鉛直伝播を促進するであろうということを示唆した。本研究に  $m = 2$  の波について得られる伝播が小さすぎると同じ困難があり、したがって同様に多くの波成分が共存する効果を考察しなければならない。

図 15 を 1963 年の昇温において観測された型と比較すると、二つの温度分布の間の重大な相違に気付く。観測による図では非常に高い温度が事象のより早い段

階で現れ、二つの温暖な核の一方が他方よりずっと高い最大値を示す。これらの特徴のどちらも計算結果においては見いだせない。「突然昇温」という用語は極地大気の惑星規模の昇温よりむしろこの局地的で異常な温度上昇を呼ぶのにしばしば用いられるため、突然昇温が十分に数値的に再現されていないと言わなければならない。どうやら  $m = 2$  以外の波成分を排除したことが不一致の原因の一つであるようだ。これらの問題を解決するために、波と帯状流との相互作用に加えて、波と波との相互作用やプラネタリー波の伝播の完全に非線形な処理についての研究が望まれる。

以上で議論した問題に加えて、臨界高さの過程を作り出すうえで条件  $\bar{u} = 0$  が要求される程度を知る必要がある。波が非常に弱い西風の層へ伝播するとき、波の群速度は減少し、波は層を通過するまで事実上閉じこめられる。その期間、熱輸送のほぼ段階的な変化が層の内部で起こるだろう。この層はことによると臨界高さの状況において起こる帯状流の東風加速に類似したものを生じさせるかもしれない。

## 6. 臨界振幅を決定する試み

先行の節において提示された計算では、特定の初期条件と境界強制の集合を用いてきた。結果がパラメーターの選択に対していったいどのくらい繊細に反応するのか知ることが望ましい。それは昇温が生じる条件を決定するうえでも興味深いだろう。これらの目的からいくつかのパラメーターの値を変化させて数値積分を行った。

### a. 初期風

著者の前の研究 (Matsuno 1970) において用いた帯状風の分布が  $\bar{u}$  の初期条件として採用される。この風の分布は C1-C3 において用いたものと定性的に等しい。ただし成層圏-中間圏ジェットがこのケースにおいて核とその下では約  $10 \text{ m sec}^{-1}$  だけ弱いことを除く。しかしジェットは速度を下げることなく上端にまで及ぶ。結果は C1 と C2 において得られたものとおおむね変わらない。しかし  $m = 2$  のケースでは、もう一つの昇温層が  $70 \text{ km}$  あたりに  $t = 21 \text{ days}$  の後で形成される。より低い高さでの昇温は  $t = 19 \text{ days}$  に始まる。これはケース C2 よりも少し早い。弱い西風ほど容易に東風に変わるのであろう。

表 2: 最大温度上昇 (左, °C) と昇温の発生時刻 (右, days). 十字形は計算結果がないことを示す.

$\phi_{\max}$ (m)	()	$R_d$ (sec <sup>-1</sup> )	
		$5 \times 10^{-7}$	$7.5 \times 10^{-7}$
300	82/20	75/20	82/21
200	35/23	50/25	x
150	(25)/27	x	x

## b. 有限期間の強制

波による強制の関数形はいま  $t = 16$  days の後で減少し,  $t = 22$  days の後でゼロになるように修正される. 他の条件は C2 と等しく設定される. 昇温は  $t = 21$  days に起こる. これは C2 より少し遅い. また昇温の最大量はたった 45°C のままである. これは  $z = 45$  km で 23 日目に達成される. 昇温層の降下とともに, 温度上昇は小さくなる. これはエネルギー供給がもはや存在せず, 強制の除去の後に依然として残っているエネルギーの一部しか昇温にあたって利用できないかもしれないためである.

## c. 臨界振幅

ここまで対流圏の強制が十分強い場合に限り, 鉛直に伝播する波が東風をもたらせると仮定してきた. このケースでは波による強制が突然昇温を作り出す振幅の基準が存在するだろう. そういった基準が存在するならば, それは昇温の傾向を抑えるいくつかの要素を含むだろう. この理由により放射減衰効果に対する近似として大気ニュートン冷却を考察する. 同じ速度定数  $R_d$  が平均と擾乱両方の方程式に用いられる. 効果を帯状平均方程式に組み入れると, 平衡温度が初期状態として与えられるということが仮定される. 初期温度擾乱が図 9 に示す風の場合に対応して南北の勾配をもつということに注意せよ. 数値積分は強制振幅  $\phi_{\max}$  と  $R_d$  を変化させ他の条件を C2 と等しくして実行される. 結果は表 2 に示す. この表は積分期間 (27 日間) 中に達成されたうちで最高の温度のずれと急速な昇温が始まるおおよその時間からなる.

示されているように,  $\phi_{\max}$  の減少によって温度上昇は小さくなり, 昇温に必要な時間は長くなる. 一方  $R_d$  の増加はわずかな影響力しかもたないように思われる. 最高温度は体系的な傾向に加えてケースごとにわずかな変動を示す. しかしながら, ほとんどの変動は明瞭であるとみなされる. なぜならば温度データは 24-hr の

間隔で得られるからである。これまでのところ、すべてのケースにおいて昇温を得たが、基準は得られていない。無限期間の強制はこの問題と関連がないと推測される。可能性のあるもう一つの理由は実験において用いられた  $R_d$  の値が高高度では不適切であるということである<sup>\*7</sup>。すべてのケースにおいて東風は非常に高い高度 (~ 90 km) に出現し、下方へ広がる。一方いくつかの極限のケースでは東風は最初に低い層に出現する。平衡状態 (西風であると思われる) の回復が上方の層において速められたならば、異なった結果が得られたかもしれない。

一般に、高い高さで計算された現象は条件の変化に対して繊細に反応するようと思われる。すべてのエネルギーが最低の高さで強制された擾乱から起こるため、エネルギー伝播の原因や方法のいかなる違いでも上方の層において拡大されて現れるためであろう。上方の層はエネルギーの流れの下流なのである。

## 7. 結論と所見

この論文では成層圏突然昇温のモデルを提示した。それは下から強制されたプラネタリー波の鉛直伝播とその帯状風との相互作用からなる。これらの過程を合体させた数値積分の結果は昇温現象の多くの基本的特性を形成した。モデルが単純であったにもかかわらずである。突然昇温はこれらの過程によって本質的に説明できると結論づけてよいだろう。

極地大気の上昇の原因はプラネタリー波による熱の極方向への輸送に帰される。一般に、上方に伝播するプラネタリー波は極方向へ熱を輸送する。これは基本温度勾配がどうであっても起こる (Eliassen and Palm 1961)。このことは下方に変位した (断熱圧縮された) 空気塊が極方向に移動し、上方に変位した空気塊は赤道方向に移動するということを意味する。これは波の特有の構造のためである。こういった渦輸送過程が存在するとき、平均の上方への運動が高緯度で熱流束の収束によって誘導され、下方への運動が低緯度で誘導されるだろう。鉛直運動は平均子午面流に付随し、帯状平均風を加速する。帯状風の東風加速は波の先端すなわち臨界面の高緯度側での昇温とともに起こることが示される。これは波が臨界面に投射する場合のことである。本質的にはこれらの効果によって突然昇温イベントの発展を説明してきた。

通常波の伝播と突然昇温の状況との間の可能性のある違いに注意すべきである。なぜならば前述の効果は常にプラネタリー波に付随して起こるためである。標

<sup>\*7</sup>温度方程式のみに減衰を含め帯状運動量方程式には全く含めないようにすると  $R_d^{-1}$  よりずっと長い減衰時間が結果として生じる。

準状態 (波が小さいか並の強さをもち、ある程度安定して存在するとき) では波はその領域に臨界面が存在する結果として低緯度成層圏に向かって屈折されるだろう (Matsuno 1970)。波は熱帯の東風を加速させるように振る舞うだろうが、その大きさは小さく、したがって有意な現象は生じない。成層圏における波の強さと同調した帯状風の変動 (Hirota and Sato 1969) は通常の状態において作用するそれらの効果を暗示すると解釈される。時折、異常に強いプラネタリー波が生成され、上方に伝播するとき、効果は注目に値するようになる。極夜ジェットは弱められ、もはやプラネタリー波の伝播に対する障壁としては振る舞わないだろう。そして波は低緯度に向かう通常の進路に従わないだろうが、高緯度領域においてさらに上方へ伝播するだろう。東風加速はそこで非常に効率的になる。それはついには西風から東風への風の逆転を引き起こす。そして新たな臨界面高さが高緯度で形成される。そこに後に続く波が集中するだろう<sup>\*8</sup>。このように、突然昇温が生じ、下方へ伝播する。こういった現象が波の振幅が十分に大きいときにのみ起こりうると予想する。しかし突然昇温の発生の波による強制的臨界面を決定する試みは成功していない。おそらく他の条件の複雑な影響が原因であろう。

モデルの数値的な試験で観測事実と計算との間の定量的な相違がいくつか見つかった。とりわけ、帯状波数 2 の伝播に対する値が低すぎることが分かり、そして昇温が起こるのが遅すぎるという結果になっている。波の伝播の完全に非線形な処理が問題を解決すると推測される。この目的のため、またモデルのさらなる考察のため、より精密なモデルを用いた数値実験を実行することが望ましい。突然昇温の原因と考えられている前記の力学的効果を正確に説明するために、現在使われている数値モデルと比べて鉛直解像度を改良するだけでなくモデルに上層大気を組み入れる必要があるだろう。対流圏の擾乱の特性すべてを精密にシミュレーションすることが突然昇温を得るために不可欠であるように思われる。

最後に今の結果が突然昇温の原因に関する他の仮説と矛盾しないことに注目すべきである。例えば、東風が放射や光化学の過程の効果によって高高度で最初に生じるということはもっともらしい。少なくともいくつかの場合ではもっともらしい。そしてこれは後続の現象のきっかけとなる。また大気の下層部分が十分な強さをもちプラネタリー波によって放射をすることも必要である。穏やかな冬における「最終昇温」と南半球成層圏における昇温は季節風の逆転によって起こるようである。これは本質的に放射熱不均衡から生じる。

<sup>\*8</sup>この状況はレーザー光線の自己収束 (自己捕捉) と類似している。

## 謝辞

本研究に関して、指導教員である林祥介教授には研究内容の指針を示していただいた。また、岩山隆寛准教授には支配方程式の導出において多くの助言をいただいた。山元治人氏には本論文の文章をチェックしていただいた。河合佑太氏には日頃から私の研究に関して、多くの時間を割いて相談に乗っていただいた。所属研究室の他のメンバーの方々や、元メンバーの方々からも多くの激励や助言をいただいた。これらの皆様に、心より感謝の意を表す。

## 参考文献

1. Dickinson, R., 1968: A note on geostrophic scale analysis of planetary waves, *Tellus*, **20**, 548-550.
2. Matsuno, T., 1970: Vertical Propagation of Stationary Planetary Waves in the Winter Northern Hemisphere, *J. Atmos. Sci.*, **27**, 871-883.
3. Matsuno, T., 1971: A Dynamical Model of the Stratospheric Sudden Warming, *J. Atmos. Sci.*, **28**, 1479-1494.
4. Matsuno, T., Nakamura, K., 1979: The Eulerian-and Lagrangian-Mean Meridional Circulations in the Stratosphere at the Time of a Sudden Warming, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 640-654.
5. 松野太郎, 島崎達夫, 1981: 大気科学講座 3 - 成層圏と中間圏の大気, 東京大学出版会, 279pp.
6. 小倉義光, 1999: 一般気象学 [第2版], 東京大学出版会, 308pp.
7. 小倉義光, 1978: 気象力学通論, 東京大学出版会, 249pp.
8. 小倉義光, 2000: 総観気象学入門, 東京大学出版会, 289pp.
9. Pedlosky, J., 1987: Geophysical Fluid Dynamics [second edition], Springer, 710pp.
10. 佐海弘和, 2003: 成層圏突然昇温の予測可能性, 北海道大学大学院修士論文.
11. 辻野智紀, 2010: 鉛直一次元モデルを用いた赤道準二年周期振動の再現実験, 神戸大学卒業論文.