

# 金星大気放射対流平衡の 熱力学モデル依存性

高橋芳幸 (神戸大学大学院理学研究科惑星学専攻)

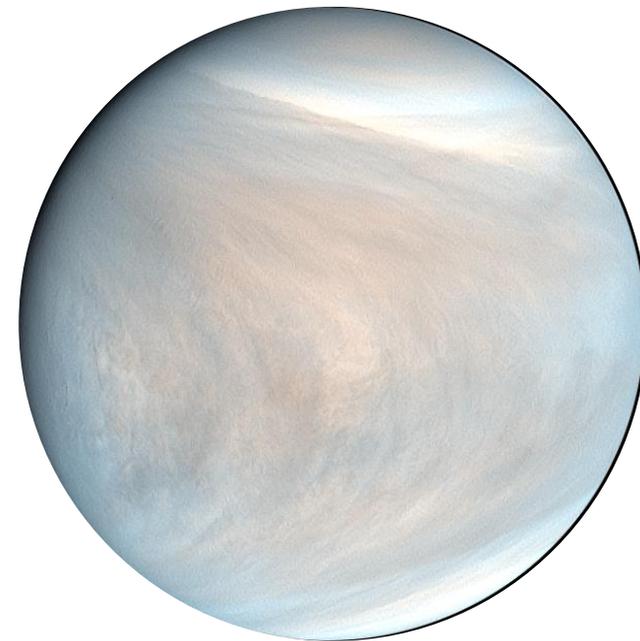
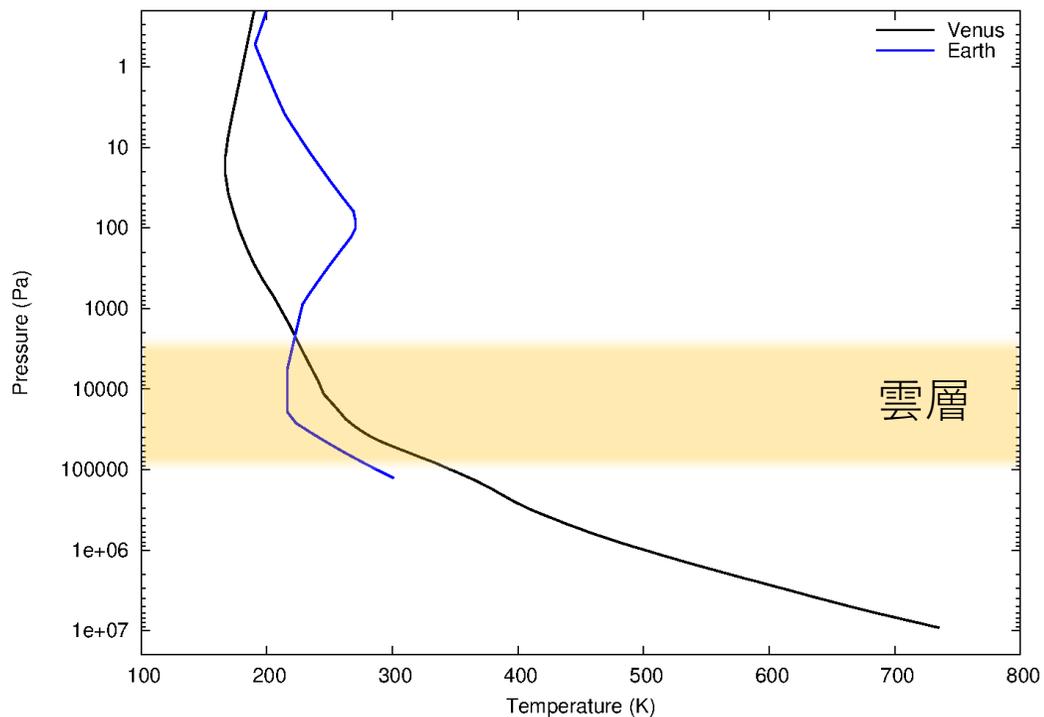
本日の発表内容は以下の方々との共同研究です。

林祥介 (神戸大), はしもとじょーじ (岡山大),  
倉本圭 (北大), 石渡正樹 (北大), 檜村博基 (神戸大)



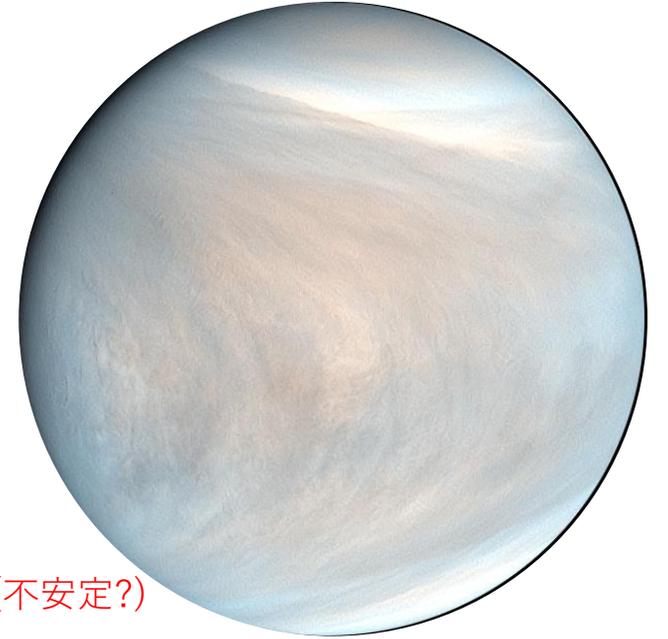
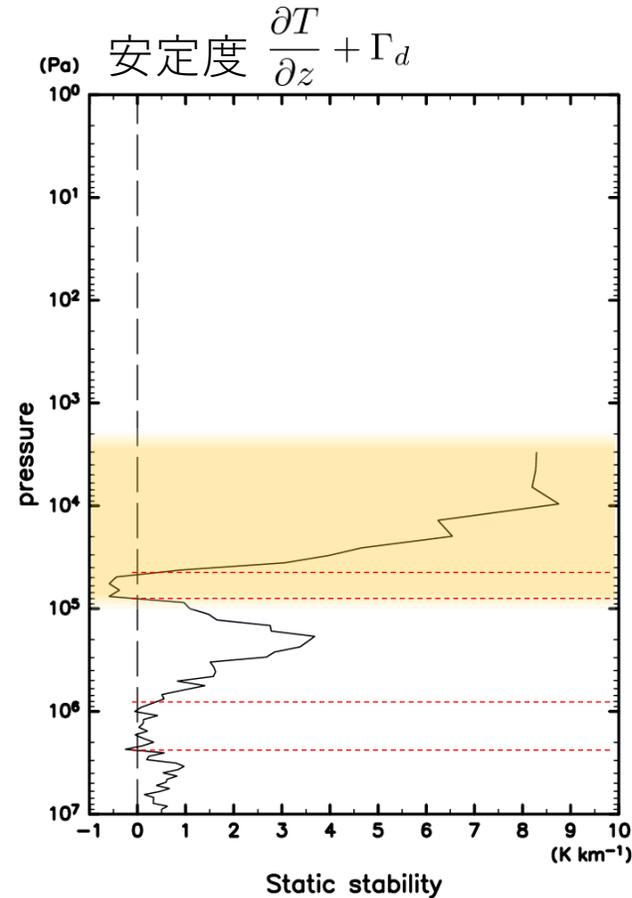
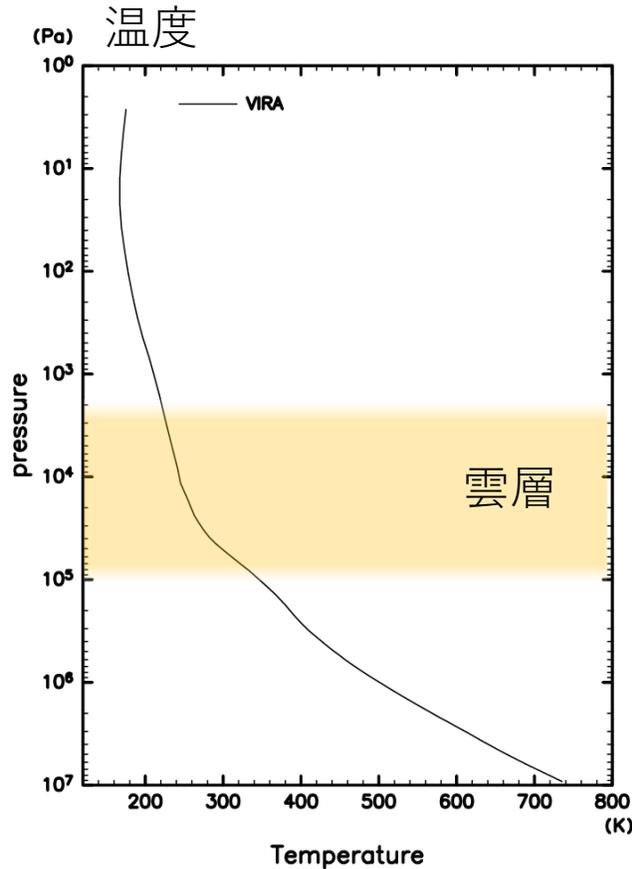
# はじめに: 金星大気の鉛直構造

金星は全球が雲に覆われている。  
下層大気は高温 (~730 K), 高压 (~90 bar).



金星大気温度: VIRA (Venus International Reference Atmosphere) (Seiff et al., 1983)  
地球大気温度: 米国標準大気 (US Standard Atmosphere, 1976)

# はじめに: 金星大気の鉛直安定度分布

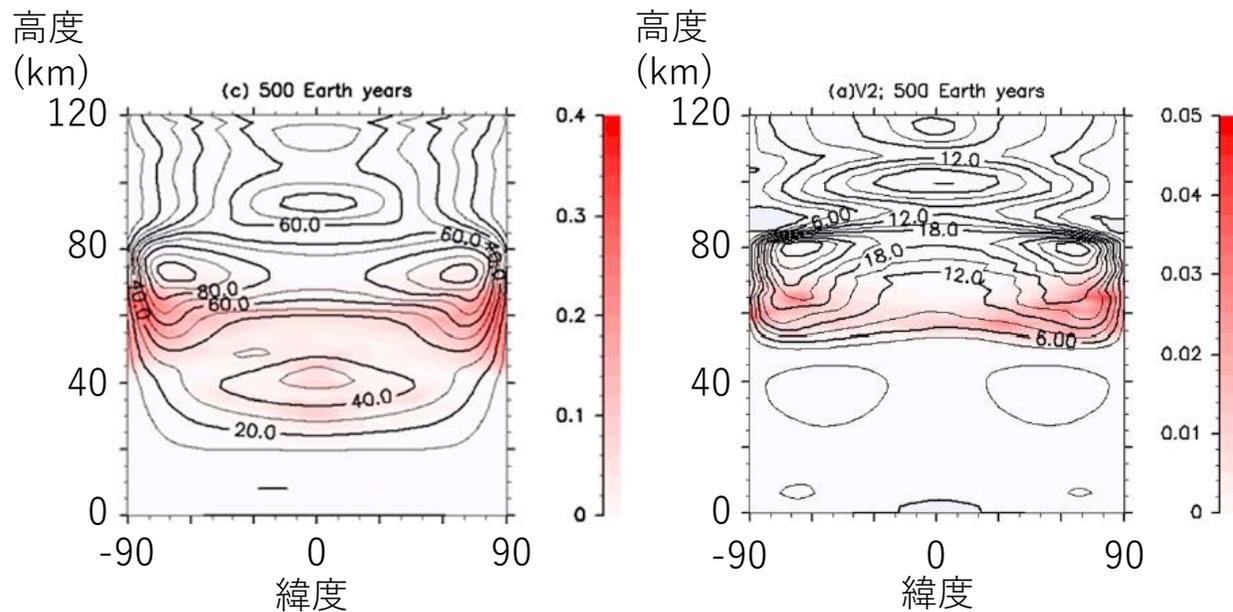


注意: ここでは, 金星大気研究の慣例に倣って, 安定度を鉛直温度勾配で評価する.

VIRA (Venus International Reference Atmosphere) (Seiff et al., 1983)

# はじめに: 鉛直拡散係数のスーパーローテーションへの影響

- 大気大循環モデル計算において、スーパーローテーションの速度が鉛直拡散係数に依存 (下図, Sugimoto et al., 2019).
- 下層大気における安定層の有無は、スーパーローテーションにも影響する可能性がある.
- 対流の発生の有無, 安定度を正しく計算することが重要.



金星大気大循環モデルで計算された東西平均東西風 (等値線) と波活動度 (色) の鉛直拡散係数依存性: (左)  $0.0015 \text{ m s}^{-1}$ , (右)  $0.15 \text{ m s}^{-1}$  (Sugimoto et al., 2019)

# はじめに: 本研究の目的

- 金星の下層大気においては, 正確な断熱減率の評価のために非理想気体の効果を考慮することが必要 (Staley, 1970).
  - 観測結果の解析や経験モデル (例えば, VIRA (Seiff et al., 1985)) では非理想気体の効果が考慮されている.
- しかしながら, 金星大気構造に関する多くの理論的・数値的研究において理想気体が仮定されてきた.
  - 大気大循環モデルにおいて定数の比熱が用いられることもある.
- 非理想気体の効果を考慮すること (あるいは理想気体を仮定すること) が金星大気の熱構造にどのような影響を及ぼすのか, (今更ながら) 調べることにする.

# 目次

- はじめに
- 安定度の復習
- 安定度の診断
- 放射対流平衡計算
- 考察
- まとめ

# 安定度の復習

---

# 安定度の復習

- 理想気体, 定数比熱

$$N^2 = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{g}{T} \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{C_p} \right)$$

(乾燥)断熱減率

変数	意味
$g$	重力加速度 (定数)
$z$	高度
$T$	温度
$\theta$	温位 (理想気体, 定数比熱)
$C_p$	定圧比熱

注意: ここでは物質分布は一様と仮定.

# 安定度の復習

- 理想気体, 定数比熱

$$N^2 = \frac{g}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{g}{T} \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{C_p} \right)$$

- 理想気体

$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial \Theta} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{C_p} \right)$$

- 実在気体 (非理想気体)

$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial \Theta} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{C_p} T \alpha_T \right) \quad C_p = C_p(T, p)$$

変数	意味
$g$	重力加速度 (定数)
$z$	高度
$T$	温度
$\rho$	密度
$\theta$	温位 (理想気体, 定数比熱)
$\Theta$	温位
$C_p$	定圧比熱
$\alpha_T = -1/\rho (\partial \rho / \partial T)_p$	熱膨張係数

注意: ここでは物質分布は一様と仮定.

$$C_p = C_p(T)$$

# 安定度の復習

注意: ここでは物質分布は一様と仮定.

- 実在気体 (非理想気体)

$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial \Theta} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{C_p} T \alpha_T \right) \quad C_p = C_p(T, p)$$

- 実在気体では

- 定圧比熱は定数ではない (理想気体を仮定しても定数ではない).
- 断熱減率は  $g/C_p$  ではない ( $\alpha_T \neq 1/T$ ).

- 非理想気体

理想気体

$$\Gamma_d = \frac{g}{C_p} T \alpha_T$$

$$\Gamma_d = \frac{g}{C_p}$$

# 安定度の診断

---

# 金星大気の安定度の診断

- VIRA (Seiff et al., 1985) の安定度を再評価する.
  - 異なる熱力学モデルを用いた場合, どのような差があるか? (ないか?)
    - 理想気体 (定数比熱)
    - 理想気体
    - 実在気体

# 断熱減率の評価

- 安定度の評価には熱膨張係数,  $\alpha_T = -1/\rho (\partial\rho/\partial T)_p$ , の評価が必要.

$$N^2 = -\frac{g}{\rho} \left( \frac{\partial\rho}{\partial\Theta} \right) \left( \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{C_p} T \alpha_T \right)$$

- 理想気体を仮定する場合, 理想気体の状態方程式を用いることで簡単に評価できる.
- 実在気体の場合には, 実在気体の状態方程式が必要. または, 何らかの方法で熱膨張係数の評価が必要.

# 実在気体の扱い (0)

- 適当な独立変数で熱力学関数を記述することで, すべての熱力学量を導出できる.
  - 例えば, 密度と温度の関数としてヘルムホルツエネルギーを表現.

$$a = a(\rho, T)$$

- これを用いて熱力学量を導出できる.
  - 例えば,

$$p = - \left( \frac{\partial a}{\partial v} \right)_T,$$

$$h = a - Ts,$$

$$s = - \left( \frac{\partial a}{\partial T} \right)_v,$$

$$C_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_p.$$

変数	意味
$a$	ヘルムホルツエネルギー
$s$	エントロピー
$h$	エンタルピー
$\rho$	密度
$v$	体積 ( $1/\rho$ )
$T$	温度
$C_p$	定圧比熱

# 実在気体の扱い (1)

- Span and Wagner (1996), Wagner and Pruß (1999), Span et al. (2000) などでは, 実験室で計測した熱力学量に基づいて, 純物質のヘルムホルツエネルギーを下のよう表現.

$$\frac{a}{RT} = \alpha(\delta, \tau) = \underbrace{\alpha^o(\delta, \tau)}_{\text{理想気体部分}} + \underbrace{\alpha^r(\delta, \tau)}_{\text{理想気体部分からのずれ}}$$

$$\delta = \rho/\rho_c, \quad \tau = T_c/T$$

変数	意味
$R$	(普遍) 気体定数
$a$	ヘルムホルツエネルギー
$\rho$	密度
$T$	温度
$\rho_c$	臨界密度
$T_c$	臨界温度
$\alpha_o$	理想気体部分
$\alpha_r$	理想気体部分からのずれ

# 実在気体の扱い (2)

- $\alpha^o$  と  $\alpha^r$  は多項式で表現 (以下は, Span and Wagner (1996) (CO<sub>2</sub> のヘルムホルツエネルギー) の場合).

$$\alpha^o(\delta, \tau) = \ln(\delta) + a_1^o + a_2^o \tau + a_3^o \ln(\tau) + \sum_{i=4}^8 a_i^o \ln\{1 - \exp(-\tau \theta_i^o)\}$$

$$\alpha^r(\delta, \tau) = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=0}^{20} n_{i,j} \delta^i \tau^{j/4} + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=0}^{10} n_{i,j} \delta^i \tau^{j/2} e^{-\delta} + \dots$$

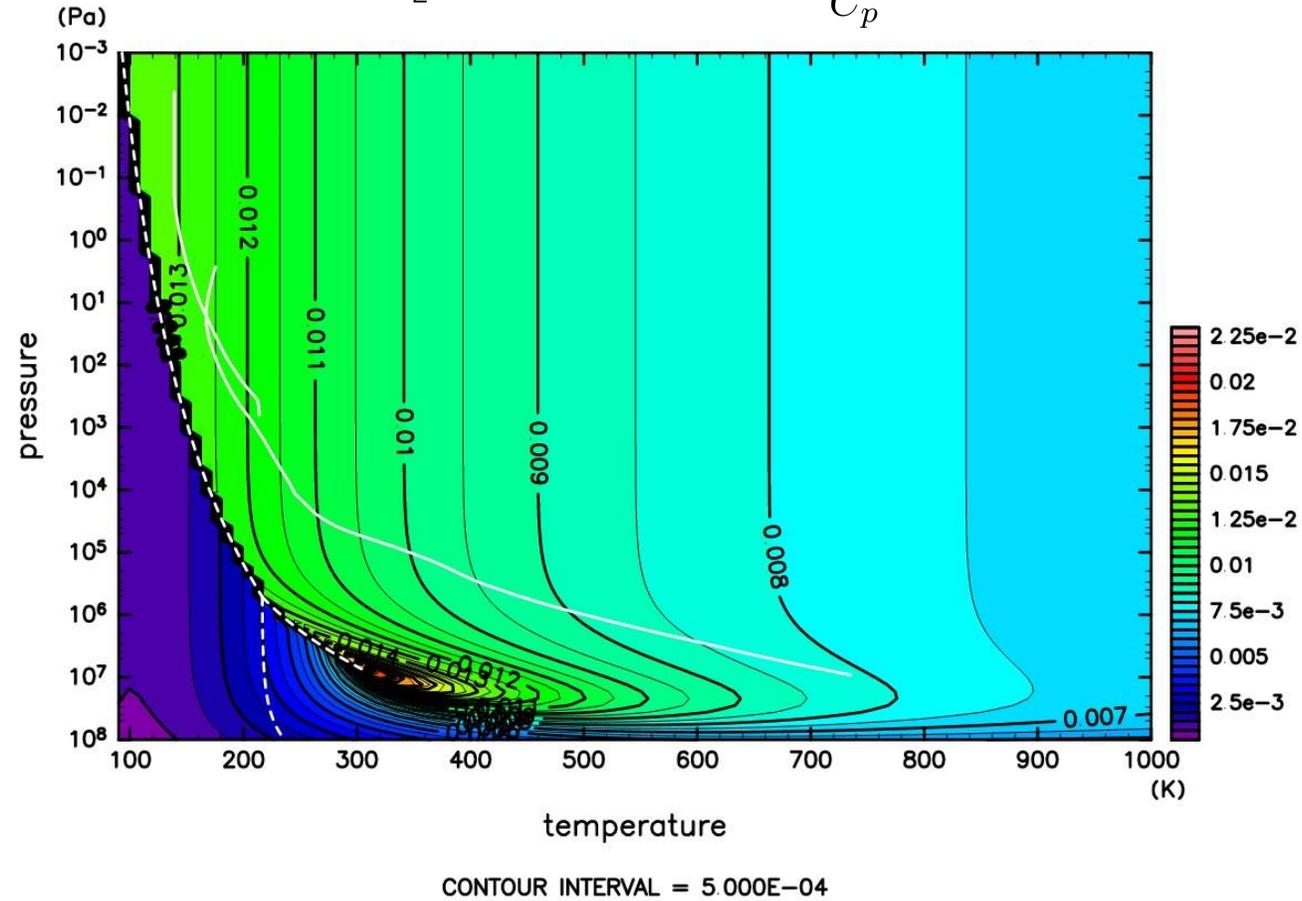
- $a_i^o, \theta_i^o, n_{i,j}, d_i$  などは定数.

# 実在気体の扱い (3)

$$\begin{aligned}
 \alpha^o(\delta, \tau) &= \ln(\delta) + a_1^o + a_2^o \tau + a_3^o \ln(\tau) + \sum_{i=4}^8 a_i^o \ln\{1 - \exp(-\tau \theta_i^o)\} \\
 \alpha^r(\delta, \tau) &= \sum_{i=1}^4 \sum_{j=0}^{20} n_{i,j} \delta^i \tau^{j/4} + \sum_{i=1}^6 \sum_{j=0}^{10} n_{i,j} \delta^i \tau^{j/2} e^{-\delta} + \sum_{i=1}^8 \sum_{j=0}^8 n_{i,j} \delta^i \tau^j e^{-\delta^2} + \sum_{i=1}^8 \sum_{j=0}^{16} n_{i,j} \delta^i \tau^j e^{-\delta^3} \\
 &+ \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=0}^{12} n_{i,j} \delta^i \tau^{2j} e^{-\delta^4} + \sum_{i=1}^{10} \sum_{j=0}^{16} n_{i,j} \delta^i \tau^{2j} e^{-\delta^5} + \sum_{i=8}^{15} \sum_{j=5}^{16} n_{i,j} \delta^i \tau^{2j} e^{-\delta^6} \\
 &+ \sum_{i=1}^{48} n_{i,j} \delta^{d_i} \tau^{t_i} e^{-\alpha_i(\delta - \epsilon_i)^2 - \beta_i(\tau - \gamma_i)^2} \\
 &+ \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^3 n_{i,j,k,l} \Delta^{b_j} \delta e^{-C_l(\delta - 1)^2 - D_m(\tau - 1)^2}
 \end{aligned}$$

# 実在気体の扱い (4)

$$\text{CO}_2 \text{ の断熱減率, } \Gamma_d = \frac{g}{C_p} T \alpha_T$$



# 実在混合気体の扱い

- Gernert and Span (2016) (EOS-CG (Equation of State for Combustion Gases and Combustion Gas-like Mixture) model) では、先に示した純物質のヘルムホルツエネルギーを用いて混合気体のヘルムホルツエネルギーを表現.

- 混合のエントロピーと、混合に伴う理想気体成分からのずれを考慮.

$$\frac{a}{RT} = \alpha(\delta, \tau, \chi_1, \chi_2, \dots) = \alpha^o(\rho, T, \chi_1, \chi_2, \dots) + \alpha^r(\delta, \tau, \chi_1, \chi_2, \dots)$$

変数	意味
$\chi$	(体積) 混合比

$$\alpha^o(\rho, T, \chi_1, \chi_2, \dots) = \sum_{i=1}^N \chi_i \{ \alpha_i^o(\delta_i, \tau_i) + \ln \chi_i \}$$

混合のエントロピーの効果

$$\alpha^r(\delta, \tau, \chi_1, \chi_2, \dots) = \sum_{i=1}^N \chi_i \alpha_i^r(\delta, \tau) + \Delta \alpha^r(\delta, \tau, \chi_1, \chi_2, \dots)$$

混合によるずれ

- $\Delta \alpha^r$ の中身はここでは省略.

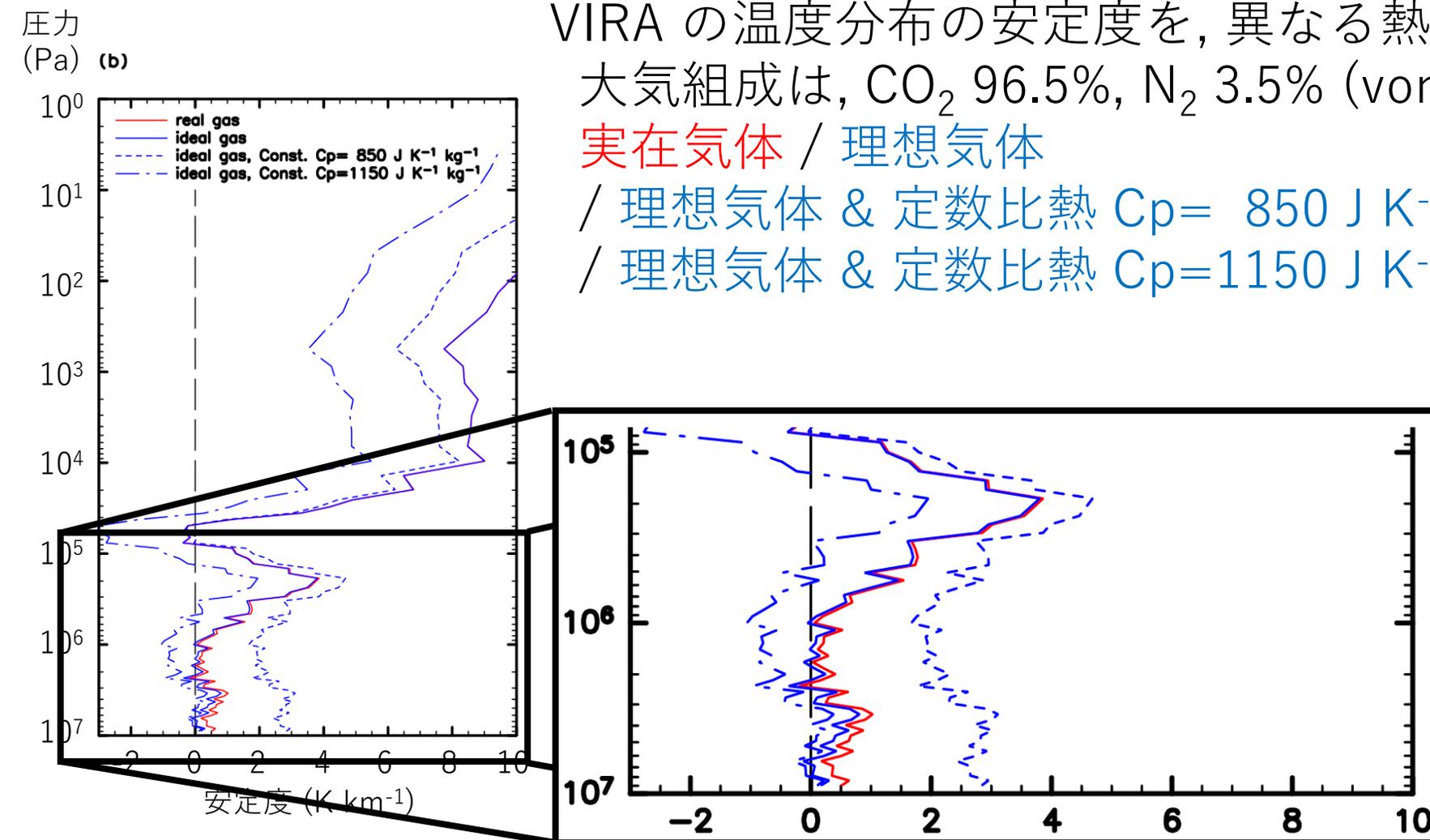
# 異なる熱力学モデルで評価される金星大気の安定度

VIRA の温度分布の安定度を, 異なる熱力学モデルを用いて評価.  
大気組成は, CO<sub>2</sub> 96.5%, N<sub>2</sub> 3.5% (von Zahn et al., 1983) を仮定.

実在気体 / 理想気体

/ 理想気体 & 定数比熱  $C_p = 850 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  (破線)

/ 理想気体 & 定数比熱  $C_p = 1150 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$  (一点鎖線)



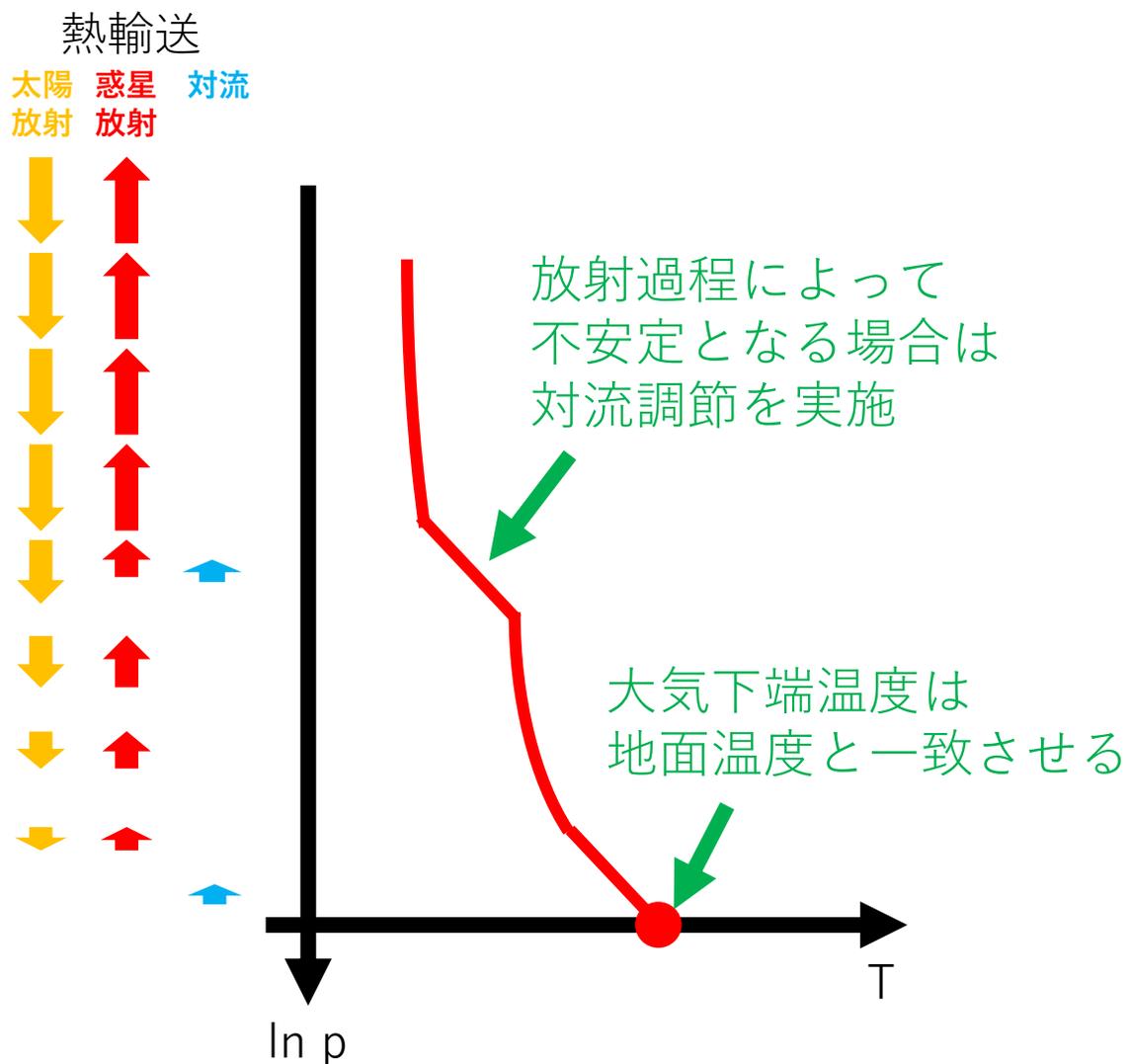
- 実在気体 : 安定
- 理想気体 : 不安定

安定度 ( $\text{K km}^{-1}$ )

# 放射対流平衡計算

---

# 鉛直一次元放射対流平衡モデル 概要



- 放射と対流による熱輸送を考慮して、熱収支がつり合う構造を求める。
  - 実際には、大気温度と地面温度の時間発展方程式を、初期値(境界値)問題として平衡状態になるまで時間積分して平衡状態を得る。

# 鉛直一次元放射対流平衡モデル エネルギー方程式

- 地面の熱収支

$$C_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = -F_{rad}(p_s) - F_{sens}(p_s)$$

- 大気の熱収支

- 安定層

$$C_p \frac{\partial T}{\partial t} = g \frac{\partial F_{rad}}{\partial p}$$

- 対流層

- 最下層

$$\int_{p_t}^{p_b} C_p \frac{\partial T}{\partial t} dp = g \{F_{rad}(p_b) - F_{rad}(p_t)\} \\ + gF_{sens}(p_s)$$

対流層の中の温度勾配は断熱減率.

$$-\frac{dT}{dz} = \frac{g}{C_p} T \alpha_T$$

変数	意味
$C_s$	地面熱容量
$C_p$	定圧比熱
$g$	重力加速度
$t$	時間
$p$	圧力
$p_s$	地面圧力
$p_t, p_b$	対流層の上端, 下端圧力
$T_s$	地面温度
$T$	(大気) 温度
$\alpha_T$	熱膨張係数
$F_{rad}$	(正味) 放射フラックス
$F_{sens}$	顕熱フラックス

- 最下層以外

$$\int_{p_t}^{p_b} C_p \frac{\partial T}{\partial t} dp = g \{F_{rad}(p_b) - F_{rad}(p_t)\}$$

大気下端温度と地面温度が等しい.

$$T(p_s) = T_s$$

# 鉛直一次元放射対流平衡モデル 放射伝達方程式

- 一般化二流近似放射伝達方程式
  - 放射フラックスの天頂角依存性をルジャンドル多項式の一次/ゼロ次まで近似 (次数 (近似法) によって係数,  $\gamma_i$ , が異なる).

$$F_{rad} = \int_0^\infty F_{rad,\nu} d\nu,$$

$$F_{rad,\nu} = F_{rad,\nu}^+ - F_{rad,\nu}^- + F_{s,\nu} \exp(-\tau_\nu/\mu),$$

$$\frac{\partial F_{rad,\nu}^+}{\partial \tau_\nu} = \gamma_{1,\nu} F_{rad,\nu}^+ - \gamma_{2,\nu} F_{rad,\nu}^- - \gamma_{3,\nu} \pi F_{s,\nu} \varpi_{0,\nu} \exp(-\tau_\nu/\mu) - 2\pi(1 - \varpi_{0,\nu}) B_\nu,$$

$$\frac{\partial F_{rad,\nu}^-}{\partial \tau_\nu} = \gamma_{2,\nu} F_{rad,\nu}^+ - \gamma_{1,\nu} F_{rad,\nu}^- + \gamma_{4,\nu} \pi F_{s,\nu} \varpi_{0,\nu} \exp(-\tau_\nu/\mu) + 2\pi(1 - \varpi_{0,\nu}) B_\nu.$$

変数	意味
$\tau$	光学的厚さ
$\nu$	波数
$\mu$	天頂角の余弦

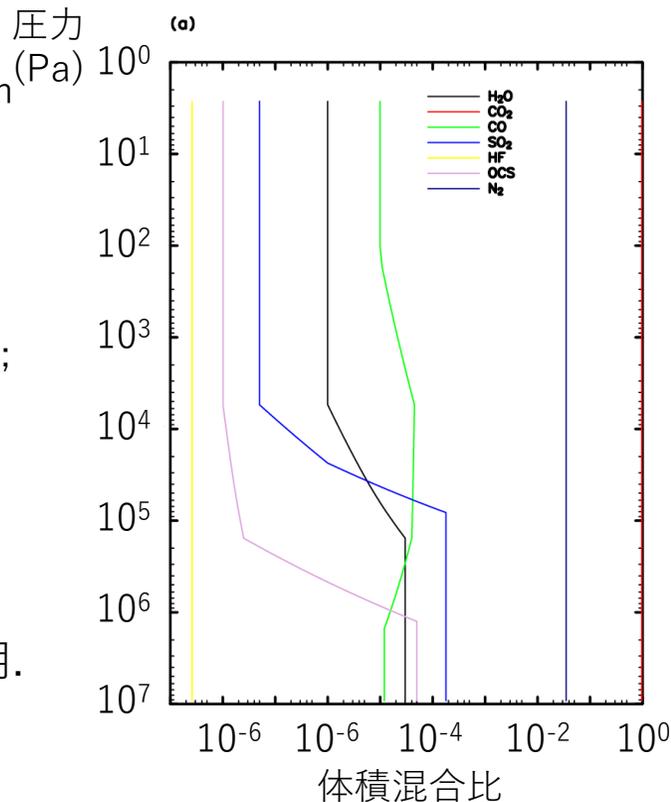
変数	意味
$B$	プランク関数
$F_{rad}^+$	上向き放射フラックス
$F_{rad}^-$	下向き放射フラックス

変数	意味
$\varpi_0$	一次散乱アルベド
$\gamma_i$	定数
$F_s$	大気上端での入射太陽放射フラックス

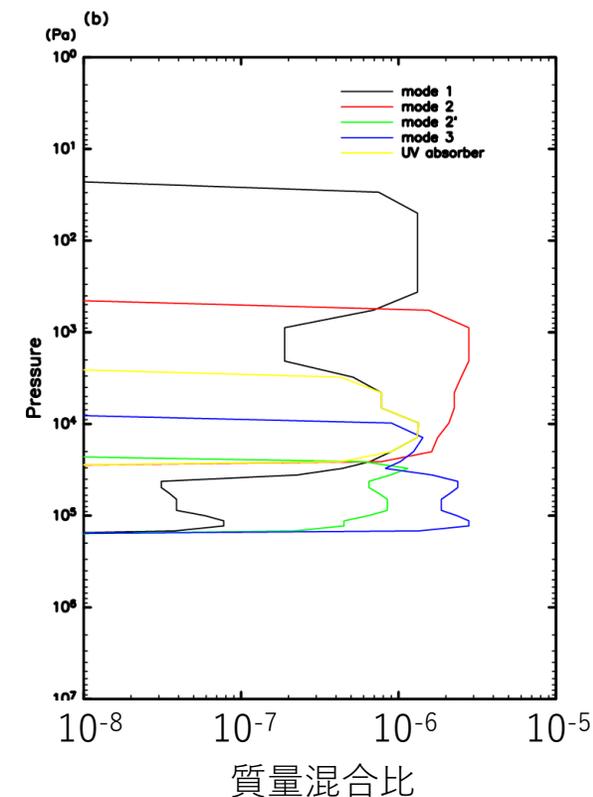
# 鉛直一次元放射対流平衡モデル 大気の光学特性

- $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{SO}_2$ ,  $\text{HF}$ ,  $\text{OCS}$ ,  $\text{N}_2$ 
  - 吸収線
    - ボイト型線形を仮定し, HITEMP2010 (Rothman et al., 2010), HITRAN2012 (Rothman et al., 2013) のパラメータを使用.
  - 連続吸収
    - $\text{H}_2\text{O}$ : MT\_CKD モデル (e.g., Mlawer et al., 2012) を使用
    - $\text{CO}_2$ : 衝突誘起吸収 (Gruszka and Borysow, 1997; Baranov et al., 2004; Stefani et al., 2013; Marcq et al., 2006; Bezdard et al., 1990; Bezdard et al., 2011) を考慮.
  - 吸収断面積
    - $\text{SO}_2$ : Hermans et al. (2009), Freeman et al. (1984) の断面積を使用.
- 雲粒 (モード 1, 2, 2', 3, UV absorber)
  - Crisp (1986, 1989) の光学パラメータを使用.
- 右図の分布を仮定.
  - 時間変化しない.

仮定した気体組成分布



仮定した雲分布



分布は“観測”に基づく.  
気体成分 (Pollack et al., 1993), 雲 (Crisp, 1986).

# 鉛直一次元放射対流平衡モデル 相関 $k$ 分布法

気体の光学特性は相関  $k$  分布法を用いて計算.

相関  $k$  分布法:

吸収係数を並べ替えて, 波数積分に要する  
 計算量を削減.

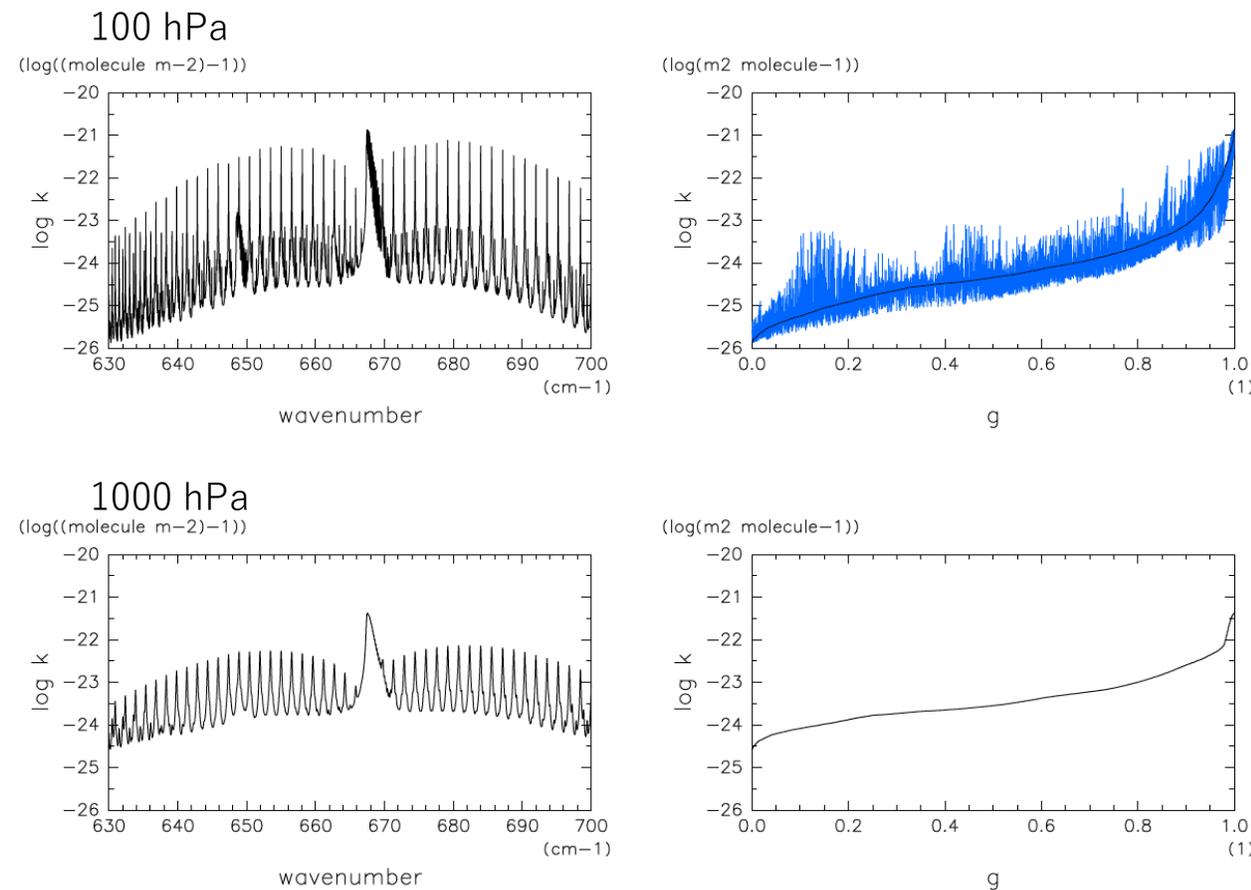
このとき, スペクトルは, 鉛直方向に相関  
 があることを仮定.

$$F_{rad} = \int_0^{\infty} F_{rad,\nu} d\nu = \Delta\nu \int_0^1 F_{rad,g} dg$$

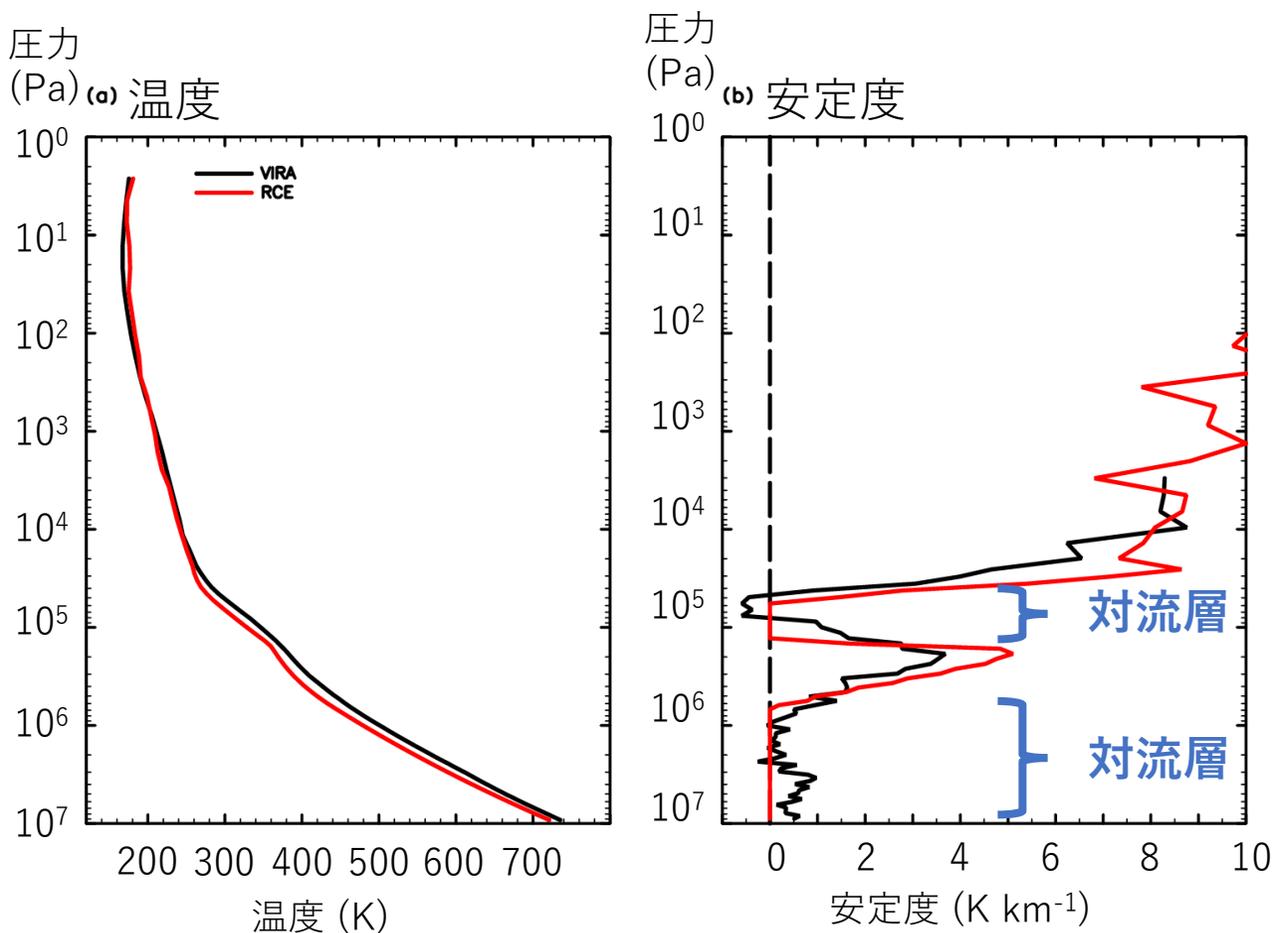
変数	意味
$g$	累積密度関数
$\Delta\nu$	バンド幅

図. 630-700  $\text{cm}^{-1}$  における  $\text{CO}_2$  の吸収係数: 100 hPa (上), 1000 hPa (下),  
 吸収係数の波数分布 (左), 累積密度関数分布 (右).  
 ただし, 右上図の青線は, 1000 hPa における吸収係数の並びを元に  
 100 hPa における吸収係数を並べた場合

地球大気 conditions で計算した  
 吸収係数スペクトル (左) と累積確率密度分布 (右)



# 鉛直一次元放射対流平衡計算 結果 実在気体の放射対流平衡構造



- 概ね VIR と整合的な鉛直構造
  - 雲層対流層
  - 雲層上下の安定層
- 地面から高度  $\sim 35$  km までの対流層

# 熱力学モデル変更実験 概要

- 熱力学モデルを変更して放射対流平衡構造を計算.
- 用いた熱力学モデル
  - 実在気体 (EOS-CG mixture model; Gernert and Span, 2016)
  - ファンデルワールス気体
  - 理想気体 (温度依存する比熱)
  - 理想気体 & 定数比熱 ( $C_p = 850 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ )

# ファンデルワールス気体の扱い

- ファンデルワールスの状態方程式と, EOS-CG mixture model から得られる理想気体の比熱 (温度のみに依存) を用いる.

- ファンデルワールスの状態方程式

$$\left(p - \frac{a\rho^2}{\bar{M}}\right) \left(1 - \frac{b\rho}{\bar{M}}\right) = \rho RT$$

変数	意味
$\bar{M}$	平均分子量

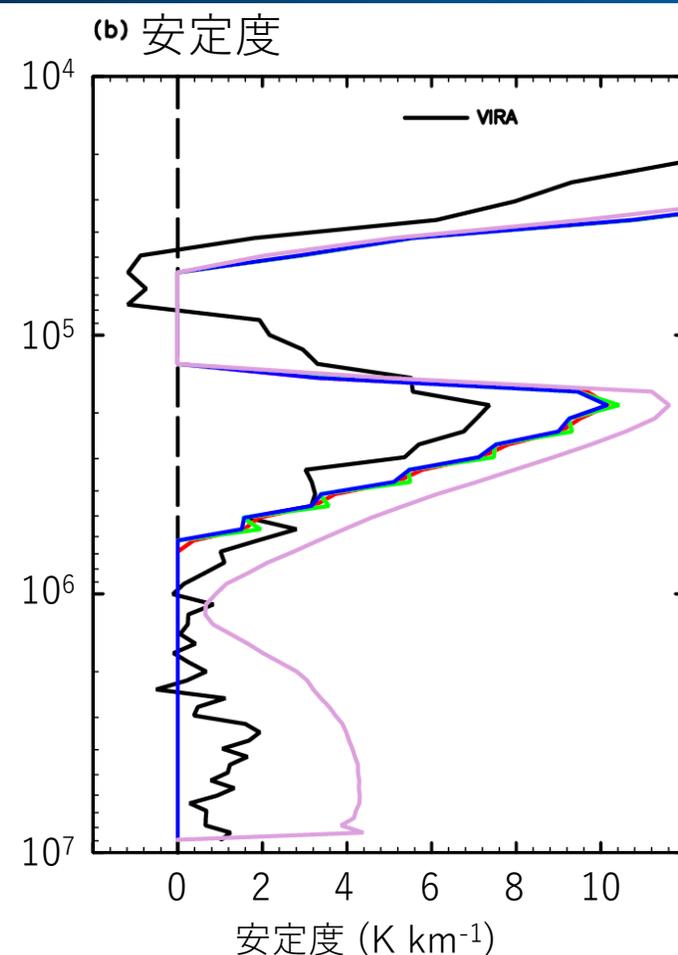
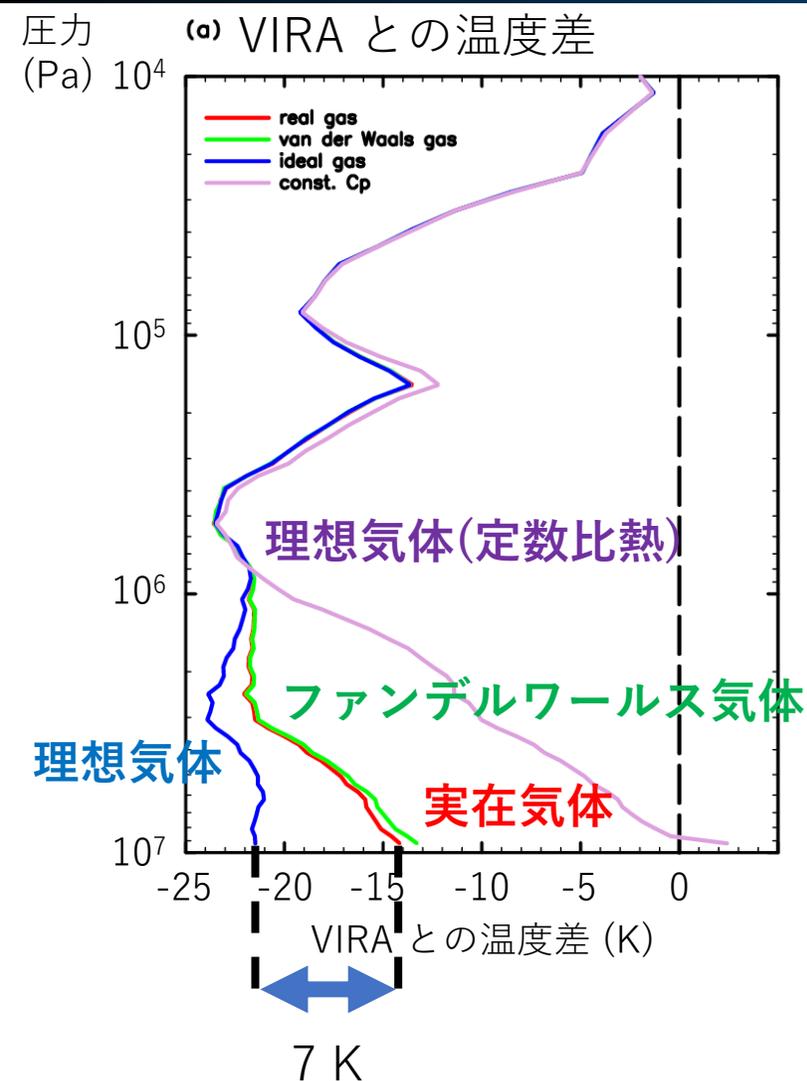
- 混合気体に対する状態方程式の係数は, ファンデルワールスの混合規則 (mixing rule) に従って求める.

$$a = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \chi_i \chi_j a_{ij}, \quad b = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \chi_i \chi_j b_{ij},$$

変数	意味
$a_i, b_i$	$i$ 番目の種に対する定数

$$a_{ij} = (a_i a_j)^{1/2}, \quad b_{ij} = (b_i + b_j)/2.$$

# 熱力学モデル変更実験 結果 VIRA との温度差, 安定度



比熱が定数でなければ安定度構造は互いによく似ている。  
結果として, 断熱減率の差によって下層の温度は熱力学モデルに依存。

実在気体と理想気体の地面温度差は 7 K.

放射場の条件によっては下層の対流層の出現が熱力学に依存?

# 考察

---

# 考察

## 断熱減率に対する非理想気体の効果

- 対数圧力座標系での (乾燥) 断熱減率

$$\frac{dT}{d(\ln p)} = \frac{p \cdot T \cdot \alpha_T}{\rho \cdot C_p} \quad \left( \begin{array}{l} \text{理想気体の断熱減率} \\ \frac{dT}{d(\ln p)} = \frac{RT}{C_p} \quad \text{高度座標では } \frac{dT}{dz} = -\frac{g}{C_p} \end{array} \right)$$

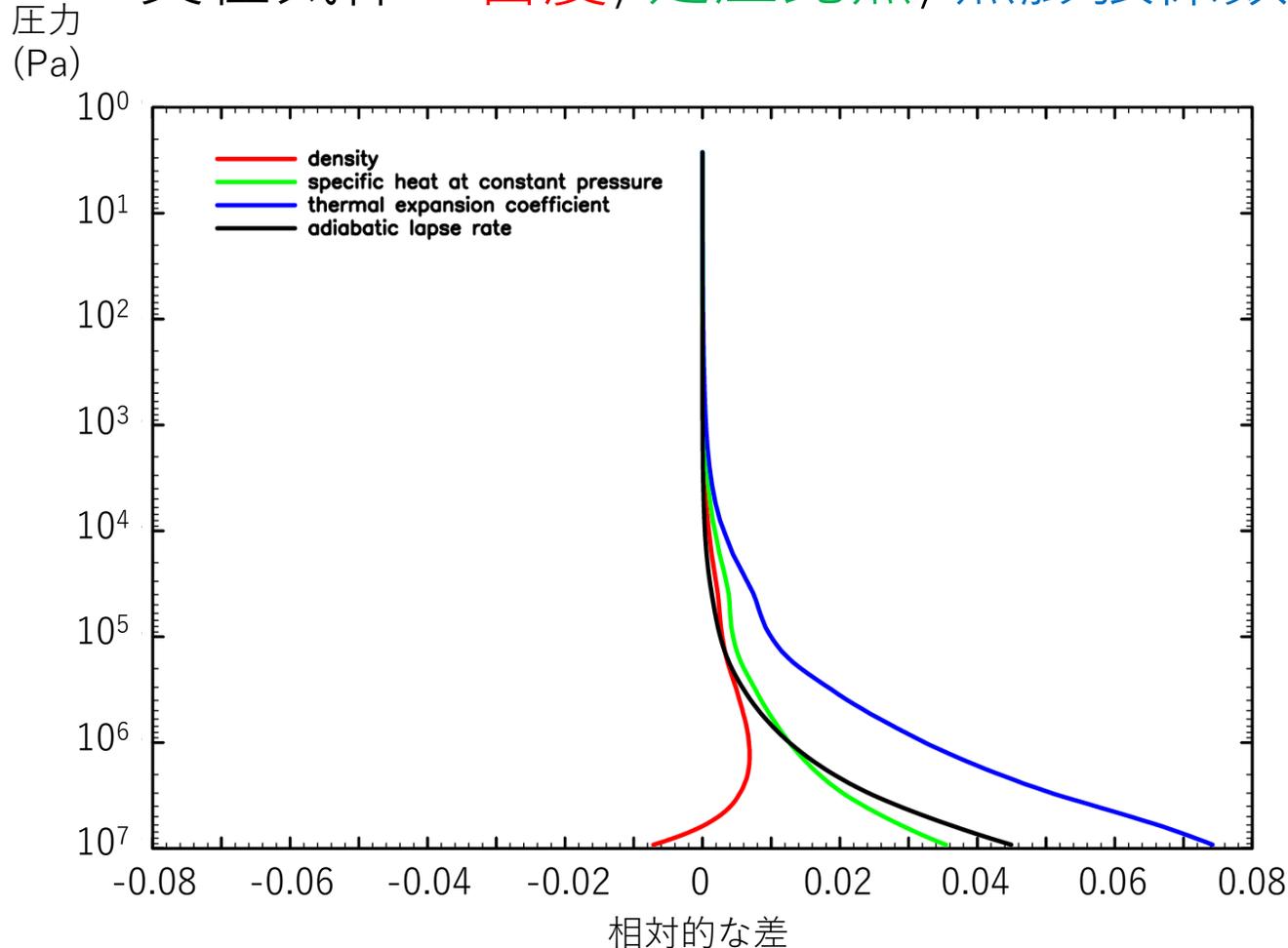
$T, p, \rho, C_p, \alpha_T$  はそれぞれ温度, 圧力, 密度, 定圧比熱, 熱膨張係数.

- ある温度分布,  $T = T(p)$ , に対する断熱減率の实在気体と理想気体の差は, 密度, 定圧比熱, 熱膨張係数の差が原因.
  - 注意: 理想気体であっても定圧比熱は温度依存.

# 考察

## 断熱減率に対する非理想気体の効果

- 実在気体の密度, 定圧比熱, 熱膨張係数の理想気体との相対的な差



$$\frac{dT}{d(\ln p)} = \frac{p \cdot T \cdot \alpha_T}{\rho \cdot C_p}$$

実在気体と理想気体の間で最も大きな差となるのは**熱膨張係数**.  
熱膨張係数と定圧比熱の断熱減率への寄与は逆向き.

# 考察

## 断熱減率に対する非理想気体の効果

- 断熱減率に最も大きな影響を及ぼす非理想気体の効果は、熱膨張係数によって起こる。
  - 実在気体として定式化すれば良いが、大気大循環モデルなどのように循環を計算するモデルでは現実的でない。
  - 理想気体を仮定すると熱膨張係数の効果を（普通は）取り込めない。
  - 理想気体を仮定した上で正しい（実在気体の）比熱の値を採用すると、非理想気体の効果が逆向きに現れる。

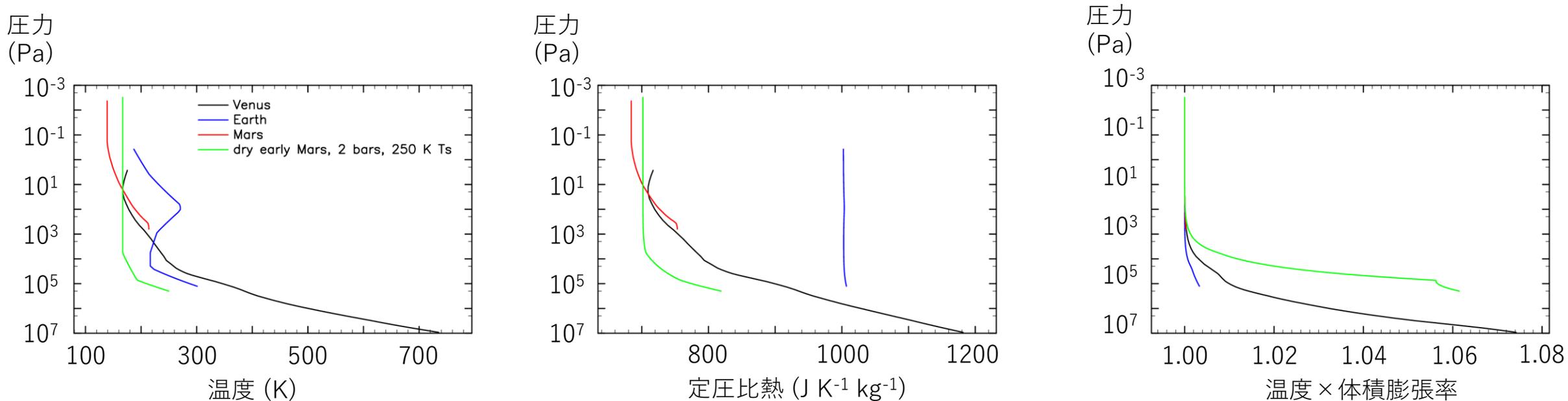
- 断熱減率は熱膨張係数に比例し、比熱に反比例。

$$\frac{dT}{d(\ln p)} = \frac{p \cdot T \cdot \alpha_T}{\rho \cdot C_p}$$

- 理想気体を仮定した定式化において、熱膨張係数による効果を含めた断熱減率の値になるような比熱（温度依存）を用いると良いかもしれない。

# 考察 各惑星大気における比熱と非理想気体の効果

温度分布 (左) を仮定して, 定圧比熱 (中), 温度と体積膨張率の積 (右) を計算.

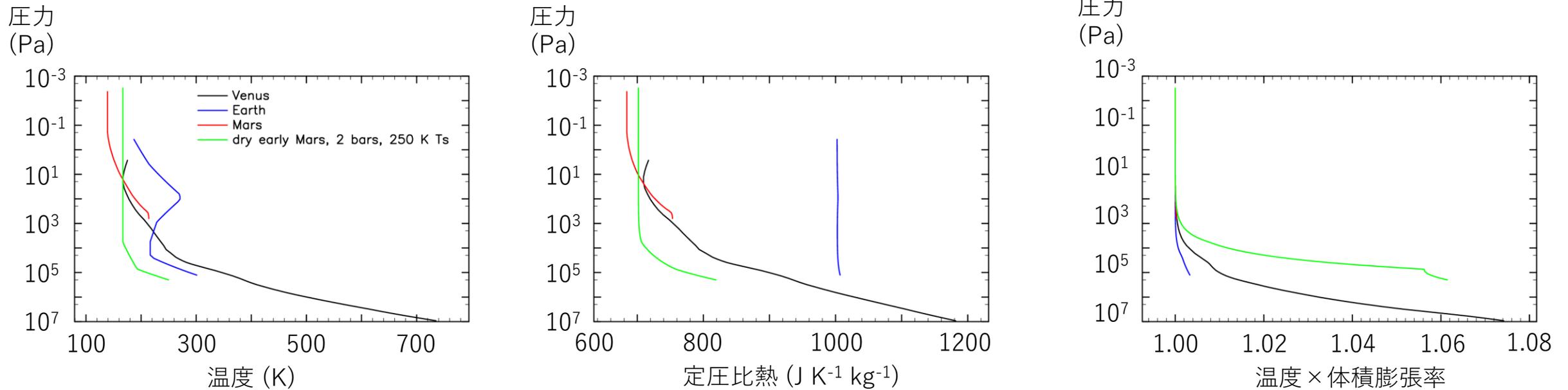


仮定した大気組成

惑星	CO <sub>2</sub>	N <sub>2</sub>	O <sub>2</sub>	Ar	参考文献
金星	96.5%	3.5%	—	—	von Zahn (1983)
地球	0.04%	78.1%	21.0%	1.0%	Hartmann (1994) を基に修正
火星	95.3%	3.0%	0.1%	1.6%	Owen (1992) を基に修正

# 考察 各惑星大気における比熱と非理想気体の効果

温度分布 (左) を仮定して, 定圧比熱 (中), 温度と体積膨張率の積 (右) を計算.



金星の下層大気においては, 高い温度と高い圧力は確かに重要.

しかし, **大気の主成分も重要.**

**CO<sub>2</sub> 大気は比熱の温度依存性が大きく, 温度と体積膨張率の積の 1 からのずれも大きい.**

# まとめ

- 金星大気の静的安定度への非理想気体の効果を（今更ながら）調べた。
- 典型的な金星大気温度構造 (VIRA) においては、地面付近の層が、実在気体を仮定した場合に安定と診断されても、理想気体を仮定すると不安定と診断。
- 異なる熱力学モデルを用いて放射対流平衡構造を求めると、理想気体を仮定しても、**比熱が定数でなければ**、全体的な安定度構造は実在気体の放射対流平衡とほぼ同様。
  - ただし、**断熱減率が異なることに起因して温度が異なる**。
- 実在気体と理想気体の断熱減率の差の原因は、両者の**熱膨張係数の差**。
- 金星大気に比べて地球大気の比熱の変化が小さく、非理想気体の効果が小さいことには**組成が影響**。
- 安定度の分布は循環構造にも影響を及ぼすと考えられるため、現実に近い循環の表現には、**何らかの対処が必要**。
  - 実在気体の熱力学を導入するのは難しいとしても、定数の比熱はいただけない。
  - 断熱減率が実在気体の値になるように調節された比熱を用いると良いかもしれない。