

天王星現象論：天王星に関する基本的 数字

地球流体電腦俱楽部

1996年7月22日

目次

要旨

天王星を扱う上で基本的な数字をあげておく。参考のために対応する地球の値を並べておいた。

1 天文学に関する数字

惑星本体・衛星

物理量	天王星	地球の値との比	地球
質量 (10^{24} kg)	86.2	14.54	5.973
赤道半径 R_e (km)	2.556×10^4	4.00	6378
極半径 R_p (km)	2.497×10^4	3.93	6357
扁平率 $(R_e - R_p)/R_p$	0.023	6.76	0.0034
密度 (g cm ⁻³)	1.27	0.230	5.52
赤道重力加速度 (表面) (ms ⁻²)	8.61	0.88	9.78
衛星の数	15	15	1

(理科年表 1992 より)

軌道要素¹・自転軸

物理量	天王星	地球
昇交点黄経 Ω (°)	74.001	354.865
軌道傾斜角 i (°)	0.773	0.001
軌道長半径 $a(10^8 \text{ km})$	28.750	1.496
離心率 e	0.0463	0.0167
近日点黄経 ϖ (°)	172.998	102.914
元期平均近点離角 M_o (°)	108.908	176.491
赤道傾斜角(°) ²	97.9	23.44

(理科年表 1992)

天王星の軌道

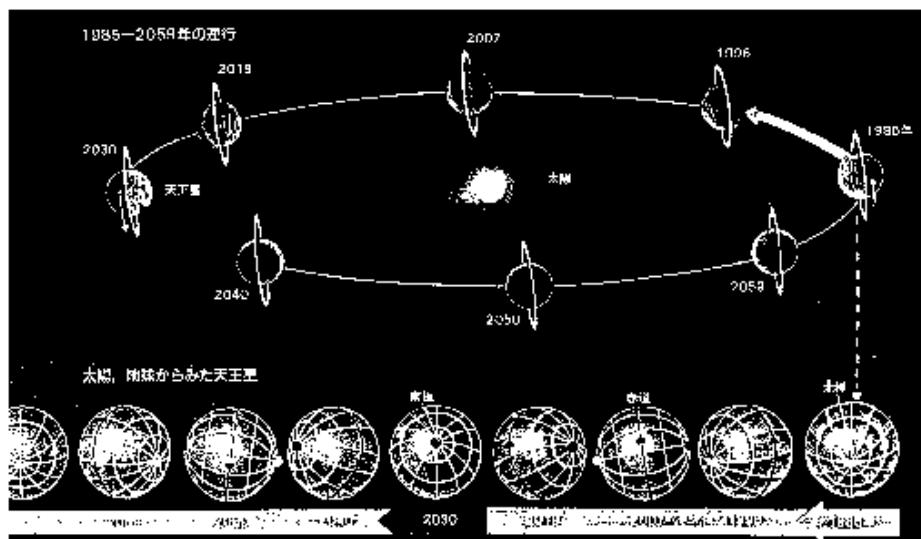


図 1. 天王星の軌道と地球、太陽から見た天王星の向き。(Newton 別冊 '太陽系のすべて' より)

時間

¹元期:1992年7月1.0日. 座標系:2000年1月1.5日の黄道座標系. くわしくは金星現象論「金星に関する基本的数字」Appendix を参照せよ.

²各惑星の黄道座標系による黄経、黄緯で表す.

物理量	天王星	地球の値との比	地球
公転周期	30689.53 日 (84.022 年)	84.022	365.256 日
自転周期 ³	15h34m33.6s (0.649 日)	0.650	0.9973 日
自転角速度 (rad · sec ⁻¹)	1.121×10^{-4}	1.537	7.292×10^{-5}

(理科年表 1992 より)

太陽定数, アルベド

物理量	天王星	地球の値との比	地球
太陽定数 (W m ⁻²)	3.70	0.0027	1370
Albedo(Bond) ⁴	0.84	2.8	0.30

(理科年表 1992 より)

2 大気科学に関する数字

組成

構成要素	モル分率
H ₂	
He	0.152 ± 0.033
CH ₄	
NH ₃	
C ₂ H ₂	

(He の組成については Conrath *et.al*, 1987 より)

³Voyager 2 の観測によると 17.24 ± 0.01 時間である (Warwick,*et.al*, 1986).

⁴最近の文献では、天王星のアルベドは約 0.3 程度である。‘天王星の放射エネルギー収支’を参照のこと。

3 練習問題

地球、天王星大気について次の量を計算せよ。地球のモデル大気は N_2 80%, O_2 20%, 天王星のモデル大気については H_2 85%, He 15% で考えてみよ。

1. 有効放射温度 T_e
2. 平均分子量 M
3. (単位質量あたりの) 定積比熱 c_v , 定圧比熱 c_p , 比熱比 γ
4. 音速 c_s
5. 圧力スケールハイト H_p
6. 断熱温度勾配 $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad}$

3.1 解答

物理量	天王星	地球
有効放射温度 T_e (K)	55.8	255.0
平均分子量 M	2.3	28.8
定積比熱 (単位質量) c_v ($J \cdot Kg^{-1} \cdot K^{-1}$)	8490.7	721.4
定圧比熱 (単位質量) c_p ($J \cdot Kg^{-1} \cdot K^{-1}$)	12104	1009.9
比熱比 γ	1.43	1.4
音速 c_s ($m \cdot s^{-1}$)	536.9	321.0
圧力スケールハイト H_p (Km)	23.4	7.51
断熱温度勾配 ($K \cdot Km^{-1}$)	0.71	9.70

4 練習問題解答例

1. 有効放射温度 T_e

太陽定数を S , アルベドを A , ステファン-ボルツマン定数を σ とすると, 有効放射温度を定める式は

$$\frac{1}{4}(1 - A)S = \sigma T_e^4$$

である。地球大気の場合には

$$\frac{1}{4}(1 - 0.3) \times 1370 = 6.67 \times 10^{-8} T_{eEarth}^4$$

よって

$$T_{eEarth} = 255.0 \text{ (K)}$$

天王星大気の場合には

$$\frac{1}{4}(1 - 0.3) \times 3.70 = 6.67 \times 10^{-8} T_{eUranus}^4$$

よって

$$T_{eUranus} = 55.8 \text{ (K)}$$

2. 平均分子量 M

$$M_E = 0.8 \times 28 + 0.2 \times 32 = 28.8,$$

$$M_U = 0.85 \times 2 + 0.15 \times 4 = 2.3$$

3. (単位質量あたりの) 定積比熱 c_v , 定圧比熱 c_p , 比熱比 γ

地球では 2 原子分子であるから

$$c_v = \frac{5}{2}R_{earth} = \frac{5}{2} \times \frac{8.31}{28.8 \times 10^{-3}} = 721.4 \text{ (J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)},$$

$$c_p = \frac{7}{2}R_{earth} = \frac{7}{2} \times \frac{8.31}{28.8 \times 10^{-3}} = 1009.9 \text{ (J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)},$$

$$\gamma = \frac{7}{5} = 1.4$$

天王星大気は 1 原子分子と 2 原子分子の混合気体であるから

$$c_v = \frac{5}{2}R \times 0.85 + \frac{3}{2}R \times 0.15 = 2.35R = 2.35 \times \frac{8.31}{2.3 \times 10^{-3}} = 8490.7 \text{ (J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)},$$

$$c_p = c_v + R = 3.35R = 3.35 \times \frac{8.31}{2.3 \times 10^{-3}} = 12104 \text{ (J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)},$$

$$\gamma = \frac{3.35}{2.35} = 1.43$$

4. 音速 c_s

温度として先に計算した有効温度を用いることになると、地球大気では

$$c_{sE} = \sqrt{\gamma R_{earth} T} = \sqrt{1.4 \times \frac{8.31}{28.8 \times 10^{-3}} \times 255.0} = 321.0 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

天王星大気では

$$c_{sU} = \sqrt{\gamma R T} = \sqrt{1.43 \times \frac{8.31}{2.3 \times 10^{-3}} \times 55.8} = 536.9 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

5. 圧力スケールハイト H_p

温度を先に求めた有効放射温度を用いると、地球大気の場合には

$$H_{pE} = \frac{R_{earth} T}{g} = \frac{8.31}{28.8 \times 10^{-3}} \times 255.0 \times \frac{1}{9.8} = 7507.1 \text{ (m)} = 7.51 \text{ (Km)}$$

天王星大気の場合には

$$H_{pU} = \frac{RT}{g} = \frac{8.31}{2.3 \times 10^{-3}} \times 55.8 \times \frac{1}{9.8 \times 0.88} = 2.34 \times 10^4 \text{ (m)} = 23.4 \text{ (Km)}$$

6. 断熱温度勾配 $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad}$

理想気体の場合、断熱温度勾配は $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad} = -\frac{g}{c_p}$ であるから、地球大気の場合には

$$\left| \left(\frac{dT}{dz} \right)_{ad} \right| = \frac{9.8}{1009.9} = 0.00970 \text{ (K} \cdot \text{m}^{-1}\text{)} = 9.70 \text{ (K} \cdot \text{Km}^{-1}\text{)}$$

天王星大気の場合には

$$\left| \left(\frac{dT}{dz} \right)_{ad} \right| = \frac{9.8 \times 0.88}{12104} = 0.000712 \text{ (K} \cdot \text{m}^{-1}\text{)} = 0.71 \text{ (K} \cdot \text{Km}^{-1}\text{)}$$

5 参考文献

Conrath,B.J., Gautier,D., Hanel,R., Lindal,G.F., Martin,A., 1987 : The Helium abundance of Uranus from Voyager measurements. *J. Geophys. Res.*, **92**, 15003-15010

Warwick,J.W., Evans,D.R., Romig,J.H., Sawyer,C.B., Desch,M.,D., Kaiser,M.L., Alexander,J.K., Carr,T.D., Staelin,D.H., Gulkis,S., Poynter,R.L., Aubier,M., Boisshot,A., Keblanc,Y., Lecacheux,A., Pederson,B.M., Zarka,P., 1986 : Voyager 2 radio observations of Uranus. *Science*, **233**, 102-106

国立天文台, 1992 : 理科年表, 丸善, 1040pp.

竹内均(編), 1990 : 太陽系のすべて, Newton 別冊, 教育社, 234pp.

謝辞

本稿は 1989 年から 1993 年に東京大学地球惑星物理学科で行なわれていた、流体理論セミナーでのセミナーノートがもとになっている。原作版は竹広真一による「天王星現象論」(92/10/16) であり、林祥介によって地球流体電腦俱楽部版「天王星現象論」として書き直された。構成とデバッグに協力してくれたセミナー参加者のすべてにも感謝しなければならない。