

# 天王星現象論：天王星に関する基本的 数字

地球流体電脳倶楽部

1996 年 7 月 22 日

## 目 次

### 要旨

天王星を扱う上で基本的な数字をあげておく。参考のために対応する地球の値を並べておいた。

## 1 天文学に関する数字

### 惑星本体・衛星

物理量	天王星	地球の値との比	地球
質量 ( $10^{24}$ kg)	86.2	14.54	5.973
赤道半径 $R_e$ (km)	$2.556 \times 10^4$	4.00	6378
極半径 $R_p$ (km)	$2.497 \times 10^4$	3.93	6357
扁平率 $(R_e - R_p)/R_p$	0.023	6.76	0.0034
密度 ( $\text{g cm}^{-3}$ )	1.27	0.230	5.52
赤道重力加速度 (表面) ( $\text{ms}^{-2}$ )	8.61	0.88	9.78
衛星の数	15	15	1

(理科年表 1992 より)

軌道要素<sup>1</sup>・自転軸

物理量	天王星	地球
昇交点黄経 $\Omega(^{\circ})$	74.001	354.865
軌道傾斜角 $i(^{\circ})$	0.773	0.001
軌道長半径 $a(10^8 \text{ km})$	28.750	1.496
離心率 $e$	0.0463	0.0167
近日点黄経 $\varpi(^{\circ})$	172.998	102.914
元期平均近点離角 $M_o(^{\circ})$	108.908	176.491
赤道傾斜角 $(^{\circ})^2$	97.9	23.44

(理科年表 1992)

## 天王星の軌道

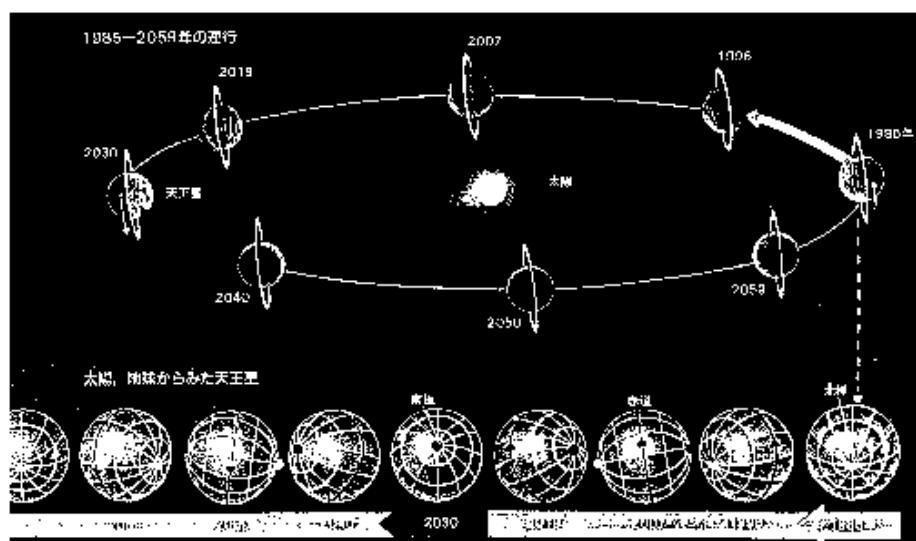


図 1. 天王星の軌道と地球, 太陽から見た天王星の向き. ( Newton 別冊 '太陽系のすべて' より )

## 時間

<sup>1</sup>元期:1992 年 7 月 1.0 日. 座標系:2000 年 1 月 1.5 日の黄道座標系. くわしくは金星現象論 '金星に関する基本的数字' Appendix を参照せよ.

<sup>2</sup>各惑星の黄道座標系による黄経, 黄緯で表す.

物理量	天王星	地球の値との比	地球
公転周期	30689.53 日 (84.022 年)	84.022	365.256 日
自転周期 <sup>3</sup>	15h34m33.6s (0.649 日)	0.650	0.9973 日
自転角速度 ( $\text{rad} \cdot \text{sec}^{-1}$ )	$1.121 \times 10^{-4}$	1.537	$7.292 \times 10^{-5}$

(理科年表 1992 より)

### 太陽定数, アルベド

物理量	天王星	地球の値との比	地球
太陽定数 ( $\text{W m}^{-2}$ )	3.70	0.0027	1370
Albedo(Bond) <sup>4</sup>	0.84	2.8	0.30

(理科年表 1992 より)

## 2 大気科学に関する数字

### 組成

構成要素	モル分率
H <sub>2</sub>	$0.152 \pm 0.033$
He	
CH <sub>4</sub>	
NH <sub>3</sub>	
C <sub>2</sub> H <sub>2</sub>	

(He の組成については Conrath *et.al*, 1987 より)

<sup>3</sup>Voyager 2 の観測によると  $17.24 \pm 0.01$  時間である (Warwick, *et.al*, 1986 ).

<sup>4</sup>最近の文献では, 天王星のアルベドは約 0.3 程度である. ‘天王星の放射エネルギー収支’ を参照のこと.

### 3 練習問題

地球, 天王星大気について次の量を計算せよ. 地球のモデル大気は  $\text{N}_2$  80%,  $\text{O}_2$  20%, 天王星のモデル大気については  $\text{H}_2$  85%,  $\text{He}$  15% で考えてみよ.

1. 有効放射温度  $T_e$
2. 平均分子量  $M$
3. (単位質量あたりの) 定積比熱  $c_v$ , 定圧比熱  $c_p$ , 比熱比  $\gamma$
4. 音速  $c_s$
5. 圧力スケールハイト  $H_p$
6. 断熱温度勾配  $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad}$

#### 3.1 解答

物理量	天王星	地球
有効放射温度 $T_e$ (K)	55.8	255.0
平均分子量 $M$	2.3	28.8
定積比熱 (単位質量) $c_v$ ( $\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )	8490.7	721.4
定圧比熱 (単位質量) $c_p$ ( $\text{J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ )	12104	1009.9
比熱比 $\gamma$	1.43	1.4
音速 $c_s$ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	536.9	321.0
圧力スケールハイト $H_p$ (Km)	23.4	7.51
断熱温度勾配 ( $\text{K} \cdot \text{Km}^{-1}$ )	0.71	9.70

## 4 練習問題解答例

1. 有効放射温度  $T_e$ 

太陽定数を  $S$ , アルベドを  $A$ , ステファン-ボルツマン定数を  $\sigma$  とすると, 有効放射温度を定める式は

$$\frac{1}{4}(1 - A)S = \sigma T_e^4$$

である. 地球大気の場合には

$$\frac{1}{4}(1 - 0.3) \times 1370 = 6.67 \times 10^{-8} T_{eEarth}^4$$

よって

$$T_{eEarth} = 255.0 \text{ (K)}$$

天王星大気の場合には

$$\frac{1}{4}(1 - 0.3) \times 3.70 = 6.67 \times 10^{-8} T_{eUranus}^4$$

よって

$$T_{eUranus} = 55.8 \text{ (K)}$$

2. 平均分子量  $M$ 

$$M_E = 0.8 \times 28 + 0.2 \times 32 = 28.8,$$

$$M_U = 0.85 \times 2 + 0.15 \times 4 = 2.3$$

3. (単位質量あたりの) 定積比熱  $c_v$ , 定圧比熱  $c_p$ , 比熱比  $\gamma$ 

地球では 2 原子分子であるから

$$c_v = \frac{5}{2}R_{earth} = \frac{5}{2} \times \frac{8.31}{28.8 \times 10^{-3}} = 721.4 \text{ (J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)},$$

$$c_p = \frac{7}{2}R_{earth} = \frac{7}{2} \times \frac{8.31}{28.8 \times 10^{-3}} = 1009.9 \text{ (J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)},$$

$$\gamma = \frac{7}{5} = 1.4$$

天王星大気は 1 原子分子と 2 原子分子の混合気体であるから

$$c_v = \frac{5}{2}R \times 0.85 + \frac{3}{2}R \times 0.15 = 2.35R = 2.35 \times \frac{8.31}{2.3 \times 10^{-3}} = 8490.7 \text{ (J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)},$$

$$c_p = c_v + R = 3.35R = 3.35 \times \frac{8.31}{2.3 \times 10^{-3}} = 12104 \text{ (J} \cdot \text{Kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}\text{)},$$

$$\gamma = \frac{3.35}{2.35} = 1.43$$

4. 音速  $c_s$ 

温度として先に計算した有効温度を用いることにすると, 地球大気では

$$c_{sE} = \sqrt{\gamma R_{earth} T} = \sqrt{1.4 \times \frac{8.31}{28.8 \times 10^{-3}} \times 255.0} = 321.0 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

天王星大気では

$$c_{sU} = \sqrt{\gamma R T} = \sqrt{1.43 \times \frac{8.31}{2.3 \times 10^{-3}} \times 55.8} = 536.9 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

5. 圧力スケールハイト  $H_p$ 

温度を先に求めた有効放射温度を用いると, 地球大気の場合には

$$H_{pE} = \frac{R_{earth} T}{g} = \frac{8.31}{28.8 \times 10^{-3}} \times 255.0 \times \frac{1}{9.8} = 7507.1 \text{ (m)} = 7.51 \text{ (Km)}$$

天王星大気の場合には

$$H_{pU} = \frac{RT}{g} = \frac{8.31}{2.3 \times 10^{-3}} \times 55.8 \times \frac{1}{9.8 \times 0.88} = 2.34 \times 10^4 \text{ (m)} = 23.4 \text{ (Km)}$$

6. 断熱温度勾配  $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad}$ 

理想気体の場合, 断熱温度勾配は  $\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad} = -\frac{g}{c_p}$  であるから, 地球大気の場合には

$$\left|\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad}\right| = \frac{9.8}{1009.9} = 0.00970 \text{ (K} \cdot \text{m}^{-1}\text{)} = 9.70 \text{ (K} \cdot \text{Km}^{-1}\text{)}$$

天王星大気の場合には

$$\left|\left(\frac{dT}{dz}\right)_{ad}\right| = \frac{9.8 \times 0.88}{12104} = 0.000712 \text{ (K} \cdot \text{m}^{-1}\text{)} = 0.71 \text{ (K} \cdot \text{Km}^{-1}\text{)}$$

## 5 参考文献

Conrath, B.J., Gautier, D., Hanel, R., Lindal, G.F., Martin, A., 1987 : The Helium abundance of Uranus from Voyager measurements. *J. Geophys. Res.*, **92**, 15003-15010

Warwick, J.W., Evans, D.R., Romig, J.H., Sawyer, C.B., Desch, M., D., Kaiser, M.L., Alexander, J.K., Carr, T.D., Staelin, D.H., Gulkis, S., Poynter, R.L., Aubier, M., Boischot, A., Keblanc, Y., Lecacheux, A., Pederson, B.M., Zarka, P., 1986 : Voyager 2 radio observations of Uranus. *Science*, **233**, 102-106

国立天文台, 1992 : 理科年表, 丸善, 1040pp.

竹内均 (編), 1990 : 太陽系のすべて, Newton 別冊, 教育社, 234pp.

## 謝辞

本稿は 1989 年から 1993 年に東京大学地球惑星物理学科で行なわれていた, 流体理論セミナーでのセミナーノートがもとになっている. 原作版は竹広真一による「天王星現象論」(92/10/16) であり, 林祥介によって地球流体電脳倶楽部版「天王星現象論」として書き直された. 構成とデバッグに協力してくれたセミナー参加者のすべてにも感謝しなければならない.