

# 減衰性2次元乱流におけるエンストロフィー減衰則の転移

\* 岩山隆寛 (神大・院・理), 渡邊威 (名工大・院・工)

## 1 はじめに

2次元乱流は大気や海洋の運動への応用を期待され1960年代から精力的に研究されてきた。しかしながら、渦度の二乗空間平均値であるエンストロフィー  $Z$  の高 Reynolds 数状態での減衰則は未解決問題の一つである。

Batchelor(1969)は次元解析によって  $Z \sim t^{-2}$  を導いた。しかしながら、数値実験によると彼の減衰則は指示されない。超粘性を課した数値実験では、 $Z \sim t^{-0.4}$  が得られている (Carnevale, et al., 1991)。これは、エンストロフィー減衰則の中では最もよく知られたものである。一方、通常粘性を課した数値実験では  $Z \sim t^{-0.7}$  という減衰則が得られている (Chasnov, 1997)。これら二つのスケーリング則の間関係は知られていない。

最近, Yakhot and Wandere (2004) は数値実験の初期の発展段階では  $Z \sim t^{-0.7}$  であるが、終状態では  $Z \sim t^{-0.4}$  に転移すると指摘した。さらに、前者の減衰則から後者の減衰則への転移は、数値実験における計算領域の有限性のために現れるのではないかと、推論している。Yakhot and Wandere (2004) の指摘は、よく知られた  $Z \sim t^{-0.4}$  というエンストロフィー減衰則が系のサイズの有限性のために現れることを暗に主張している点で興味深い。この減衰則は秩序渦の集団運動によって説明される (Carnevale et al, 1991) が、秩序渦の形成に系のサイズの有限性が効いていることを示唆する研究もある (Smith and Yakhot, 1994; Das et al., 2001)。そこで、系のサイズの有限性と秩序渦の形成やエンストロフィー減衰則の転移との関係について、数値実験によって調べる。

## 2 数値実験と結果

2次元乱流では、流れの領域が無限に広い場合、低波数域 ( $k \rightarrow 0$ ) にエネルギースペクトル  $E(k)$  が  $E(k) \propto k^3$  となる領域が存在することが理論的に知られている。しかしながら、エネルギーの上方輸送によって、エネルギー保持領域が時間と共に低波数側へシフトする。数値計算では計算領域が有限であることから、低波数側のスペクトルが理論的なスペクトル  $E(k) \propto k^3$  からずれてくる。この低波数域のスペクトルとエンストロフィー減衰則の関係を先ず調べてみることにする。

数値実験では、領域サイズ  $2\pi \times 2\pi$ , 周期境界条件, 解像度  $512^2$ , Laplacian の2次の超粘性を課した数値実験を基準にして、同じ格子間隔, 粘性項をもち、ただし、領域サイズを狭めた場合 ( $\pi \times \pi$ ) と広げた場合 (順次大きくして、 $16\pi \times 16\pi$  まで) について計算した。

領域サイズが  $2\pi \times 2\pi$  の場合と  $16\pi \times 16\pi$  の場合のエネルギースペクトルの発展を図1に示す。 $2\pi \times 2\pi$  の実験では、 $t = 20, 50$  においてエネルギースペクトルが最低波数 ( $k = 1$ ) に集積し、低波数域の冪的スベ

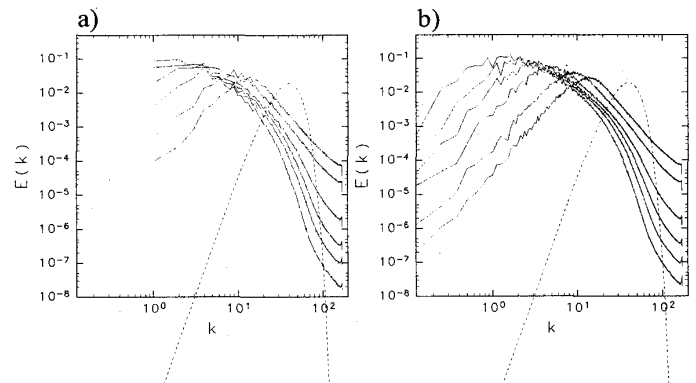


図1: エネルギースペクトル  $E(k)$  の発展. a) 領域サイズが  $2\pi \times 2\pi$  の場合. b) 領域サイズが  $16\pi \times 16\pi$  の場合. 点線は  $t = 0$ , 実線は  $t = 1, 2, 5, 10, 20, 50$ .

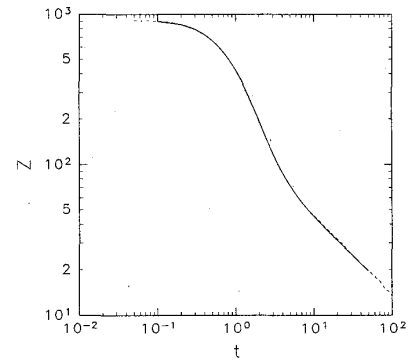


図2: エンストロフィー  $Z$  の時間発展. 破線は領域サイズが  $2\pi \times 2\pi$ , 実線は領域サイズが  $16\pi \times 16\pi$  の場合.

クトルが消失している。したがって、計算領域の有限性がこれらの時刻では効いていると考えられる。一方、 $16\pi \times 16\pi$  の場合には、これらの時刻においてもエネルギースペクトルは最低波数 ( $k=0.125$ ) には集積しておらず、低波数域に理論的な  $E(k) \propto k^3$  に近いスペクトルが形成されている。しかしながら、領域のサイズを拡大してもエンストロフィーの発展 (図2) は影響を受けていない。つまり、これらの実験結果は、エンストロフィー減衰則の転移に系のサイズの有限性が効いているという Yakhot and Wandere (2004) の推論に否定的である。発表では、秩序渦の統計調査 (vortex census: McWilliams, 1990) の観点からエンストロフィー減衰則の転移を詳細に調べた結果も報告する。